Опубликовано в кн.: Философия математики. Актуальные проблемы. М.: Изд-во Москов. ун-та, 2007. с. 7-9.

Стандартные и нестандартные подходы в философии математики

В.А. Бажанов (Ульяновск)

1. Контуры философии математики как относительно самостоятельного философского направления начали обрисовываться, по-видимому, во второй половине XIX века. Однако ее оформление в качестве полноценной дисциплины и осознание ее значения для судеб развития математики относятся к периоду кризиса в основаниях математики на рубеже XIX – XX веков.

В течение достаточно короткого времени обозначились альтернативные подходы к истолкованию природы математики, методов и абстракций, которые допускалось использовать. Всё это по существу составило фундамент перспективных исследований в русле философии математики и ее оснований. Речь идет, точнее, о платонизме (иногда называемом реализмом), интуиционизме, логицизме, формализме (дедуктивизма), конструктивизме, финитизме, эмпиризме – если иметь в виду основные течения, концептуальные рамки которых были обозначены с течением времени. Эти течения в большей или меньшей степени известны, общеприняты и их установки и принципы осмыслены. Их можно назвать *стандартными* в силу их общезначимости.

Между тем, примерно с середины XX века начинают развиваться и иные подходы в философии математики, которые не укладываются в границы, очерчиваемые названными выше направлениями. Поэтому условно их можно отнести к *нестандартным* подходам (направлениям) в философии математики.

В чем заключается особенность этих подходов и направлений в аспекте соотношения с уже известными направлениями? Не являются ли нестандартные подходы и направления своего рода "перелицовкой" последних? Достаточно ли они концептуально богаты и, так сказать, респектабельны, чтобы занять достойное (или хотя бы заметное) место в исследованиях по философии математики и не расцениваться как быстро пролетающая мода?

2. Нестандартные подходы в философии математики, как правило, предлагают оригинальные и существенно новые ракурсы рассмотрения, которые позволяют высветить ранее незамеченные механизмы развития математического знания, математических методов и закономерностей развития этой науки. Эти подходы являются дополнительными к стандартным подходам или же альтернативными к ним.

3. *Натурализм* (существующий в нескольких формах) отрицает значение философии для математики и ее оснований, а, стало быть, по существу значение и само существование философии математики (Дж. Бургесс, П. Мэдди). В самой математике есть все средства, которые необходимы для интерпретации или реконструкции математического знания, и философские абстракции здесь излишни. Эта точка зрения вызывает серьезные и аргументированные возражения (А. Пасо).

4. *Социальный конструктивизм* истолковывает математику как продукт социальной деятельности, культуры, который изменяется по мере развития общественной практики и/или культуры (Т. Тимошко, Р. Херш, П. Эрнест). Математика в данном подходе рассматривается как эмпирическая наука, достижения которой определяются уровнем социального конструирования и пересматриваются по мере трансформации социальной реальности.

5. *Структурализм* (особенно в его *элиминативной* форме) утверждает невозможность описания объектов вне контекста их существования как *систем.* Невозможность представить объект как систему влечет бессмысленность рассуждений об его структуре (в своего рода крайнем номинализме, например, П. Бенасеррафа).

6. *Контекстуализм* настраивает на изучении математических реалий в самой тесной связи со средой существования математических представлений. Здесь основное

внимание уделяется т.н. фолк ("народной") математике и/или этноматематике (трактовке природы математики как элемента национальной, этнической культуры в существенно бóльшей степени, чем формальной системы).

7. *Фикционализм,* который также принято считать формой современного номинализма, сосредоточен на интерпретации математических объектов как не относящихся ни к какой реальности (а не на изменении методологии математики) и ее логических следствиях (Х. Филд). Математика и ее объекты здесь предстают как некоторые продукты чистой фантазии.

8. *Квази-эмпиризм* склонен считать, что математика близка по своим методам и методологии к эмпирическому знанию. В ней не только доказываются теоремы, но и высказываются и проверяются гипотезы (Х. Патнем), а, значит, можно сказать, что она, как и физика, развивается гипотетико-дедуктивным способом. Считается, что современный квази-эмпиризм представлен уже И. Лакатосом, хотя его замысел восходит к Дж. Ст. Миллю.

9. Следует упомянуть о таком достаточно заметном подходе в философии математики, который соответствует духу ныне модной эволюционной эпистемологии. Речь идет о концепции т.н. "*физиологического"(embodied mind) истолкования математики* (Дж. Лакофф, Р. Нюньез, М. Джонсон, К. Девлин). Сторонники этого подхода настаивают, что математика является органичным продуктом развития средств человеческого познания, что она физиологически (даже на уровне структур мозга) предопределена и вытекает из опыта пересчета дискретных объектов. Математика и ее объекты конструируются, а не открываются (в противовес тому, как считают, например, платонисты).

Здесь надо вспомнить идею В.Н. Тростникова о нейрофизиологической предопределенности математического познания, высказанную задолго до появления "физиологической" интерпретации математики. Этот – "*нейрофизиологический*" – подход концептуально отличен от последней. Он исходит из некоторого рода корреляции математических структур и операций с теми нейрофизиологическими особенностями, которые отличают человеческий мозг, органы зрения и/или элементы т.н. перцептивного пространства.

10. В связи с возникновением паранепротиворечивой математики возникает перспектива оформления своего рода *негёделевой философии математики*, где на передний план выходят понятия тривиализуемости и параполноты. Принцип непротиворечивости здесь уступает место принципу невыводимости из посторонних посылок. Собственно тривиализующими предложениями и будут посторонние посылки. Невыполнение этого принципа в "непротиворечивой" математики происходит в силу действия принципа "из противоречия следует всё, что угодно". В результате приходится пересматривать соотношение между истинностью и доказуемостью. Так, паранепротиворечивость формальной системы означает, что формулы А и не-А являются в ней теоремами. Для того, чтобы приписать формуле А значение "истинно", нужно установить, что не-А в данной системе недоказуема. В противном случае допустимо утверждать лишь "неложность" А. Значит, связь между истинностью и ложностью ослабляется.

11. Наконец, в современной философии математики можно наблюдать становление таких подходов, которые по своему духу близки дискурс-анализу или основанных на анализе эстетических особенностей математических процедур, позволяющих предпочитать одни доказательства другим в силу их большей изящности.

Работа выполнялась при поддержке гранта РГНФ № 07-03-00054а.