



07.12.2007

Ульяновский
государственный университет
ул. Л. Толстого 42
432970 Ульяновск Россия

Кафедра Информационных
технологий

Phone: +7 (8422) 32-3247

Fax: +7 (8422) 41-2340

innokentiy v.sem@ulsu.ru

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ № 7

по дисциплине Основы моделирования

Хищники и жертвы

В некоторой среде обитают два вида животных. Первые (пусть это будут кролики) питаются травой, которая произрастает здесь в изобилии, а другие (пусть это будут волки) питаются первыми. Размер каждой популяции в момент времени t , $t \geq 0$, обозначим, соответственно, $r(t)$ и $w(t)$. Сначала представим, как каждая популяция изменяется, если ее рассматривать в отсутствие другой.

Кролики без волков размножаются, так как пищи для них всегда достаточно, и умирают они только от старости. Пусть коэффициент b обозначает масштаб рождения (*birth*=рождение) кроликов в популяции r , а d — масштаб их естественной убыли (*death*=смерть). Следовательно, коэффициент приращения в популяции кроликов равен $a = b - d$. Коэффициент a характеризует, какую долю от r составит прирост в популяции кроликов, если, конечно, $a > 0$. Это значит, что если в данный момент времени t имеется $r(t)$ кроликов, то через малый отрезок времени Δt их количество возрастает до $r(t + \Delta t)$ на величину $ar(t)\Delta t$. Иными словами, количество кроликов возрастает со скоростью $ar(t)$, причем величину $a > 0$ можно считать постоянной.

Волки без кроликов, т. е. без пищи, умирают, и их популяция через малое время Δt убывает от значения $w(t)$ до $w(t + \Delta t)$ на величину $cw(t)\Delta t$ с некоторым постоянным коэффициентом $c > 0$.

Однако, находясь вместе в одной и той же среде, эти виды взаимодействуют: популяция кроликов уменьшается, так как волки поедают кроликов; но из-за этого же популяция волков увеличивается, так как они уже не голодают. Отрицательное приращение в популяции кроликов, так же как и положительное приращение в популяции волков, тем выше, чем более правдоподобна встреча волка и кролика. Отсюда, оба эти приращения пропорциональны произведению $r(t)w(t)$, однако, с различными постоянными коэффициентами $g > 0$ и $h > 0$.

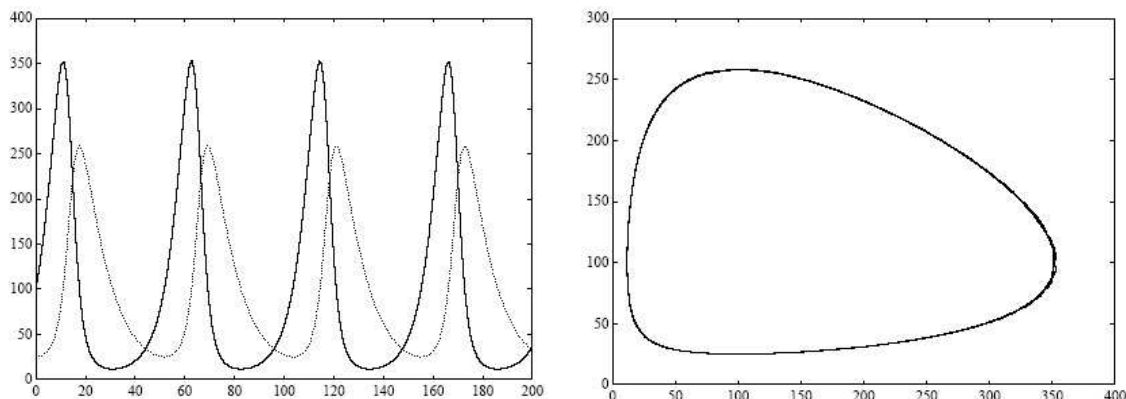
Задание:

1. Для $t \geq 0$ напишите систему дифференциальных уравнений данной динамической системы, полагая, что в начальный момент $t = 0$ размер популяции кроликов равен r_0 , а волков, соответственно, w_0 (начальные условия).

2. ¹ Если у вас есть возможность воспользоваться пакетом матричных вычислений *MatLab* введите уравнения по п. 1 в пакет и следующие исходные данные:

$$a = 0.2; \quad c = 0.1; \quad g = 0.002; \quad h = 0.001; \quad r_0 = 100; \quad w_0 = 25 \quad (1)$$

и получите следующий график (рисунок слева), на котором показано, как изменяются во времени популяция-жертва (кролики, сплошная линия) и популяция-хищник (волки, пунктирная линия).



3. По графику дайте объяснение периодическому характеру состояния системы.
4. Графику состояния соответствует так называемая *фазовая диаграмма* системы (рисунок справа). На ней текущее состояние системы изображается некоторой конкретной точкой, которая совершает движение против часовой стрелки вдоль этой *замкнутой* (периодичность состояний!) кривой. Проведите палец вслед за этой воображаемой точкой и объясните, что происходит в системе.

Оформите вашу работу в виде презентации и будьте готовы сделать по ней доклад на 9-й или 10-й неделе семестра во время занятия по расписанию. Не забудьте указать № группы и, разумеется, ваше имя и фамилию. Результат (*зачтено/не зачтено*) смотрите на доске объявлений кафедры через неделю после вашего доклада.

Как оценивается работа. Презентация и доклад должны демонстрировать, что эту работу вы делали лично. За «работу»–копию вы получите 0 баллов при определении общей оценки «зачтено / не зачтено» по данному курсу. Отсутствие проекта также влечет 0 баллов за этот вид учебной работы.

И. В. Семушин, д-р техн. наук, профессор

¹ Этот пункт – по вашему выбору. Я его рассматриваю как поощрительный. Если вы это сделали, приведите распечатку текста команд и исходных данных, которые вы вводили в пакет, и распечатку ответа, который вы получили от этого пакета.