

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель Лотки-Вольтерра

Окуни

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка древесины

Физика

Падение тела

Осцилляторы

Теплопроводность

Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Транспортная задача

Потеря частиц

Гонка вооружений

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель Лотки-Вольтерра

Окуни

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка древесины

Физика

Падение тела

Осцилляторы

Теплопроводность

Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Транспортная задача

Потеря частиц

Гонка вооружений

Модель Лотки-Вольтерра...

описывает взаимодействие между двумя биологическими видами в экосистеме. Она регулируется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} R'(t) &= aR(t) - bR(t)F(t) \\ F'(t) &= ebR(t)F(t) - cF(t) \end{cases}$$

- ▶ R – популяция кроликов
- ▶ F – популяция лис
- ▶ a – показатель прироста кроликов в отсутствие лис
- ▶ c – показатель гибели лис в отсутствии добычи
- ▶ b – уровень смертности кроликов при взаимодействии с лисами
- ▶ e – эффективность поедания кроликов лисами

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

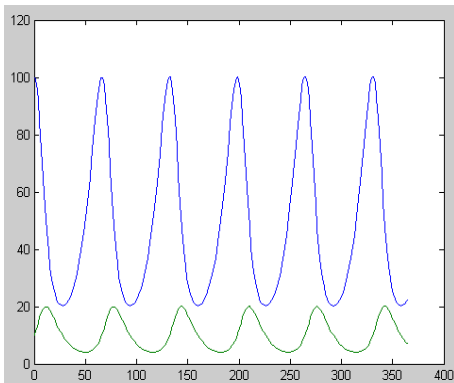
Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение данной системы с коэффициентами $a = 0.1$, $b = 0.01$, $c = 0.1$, $e = 0.2$ представлено на рисунке:



Ось x отображает время в днях, а ось y — численность популяции. Верхняя кривая показывает численность кроликов, нижняя — лис.

Я. А. Долженко

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

У кого рыба лучше?

Условия:

Для простоты ограничимся одним видом рыб, а именно окунем. Можно легко убедиться, что объем любого окуня пропорционален кубу некоторой характеристики. В качестве такой характеристики возьмем длину: $V \propto l^3$.

Предположим:

- ▶ все рыбы геометрически подобны
- ▶ средняя плотность всех окуней – константа
- ▶ W – вес и $W = 0.008437l^3$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

У кого рыба лучше?

Условия:

Для простоты ограничимся одним видом рыб, а именно окунем. Можно легко убедиться, что объем любого окуня пропорционален кубу некоторой характеристики. В качестве такой характеристики возьмем длину: $V \propto l^3$.

Предположим:

- ▶ все рыбы геометрически подобны
- ▶ средняя плотность всех окуней – константа
- ▶ W – вес и $W = 0.008437l^3$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Сравним эту модель со следующими данными, собранными в процессе исследований:

Длина, l	Объем, g	Вес, W
14.5	9.75	27
12.5	8.375	17
17.25	11.0	41
14.5	9.75	26
12.625	8.5	17
17.75	12.5	49
14.125	9.	23
12.625	8.5	16

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка
древесины

Физика

Падение тела

Осцилляторы

Теплопроводность

Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

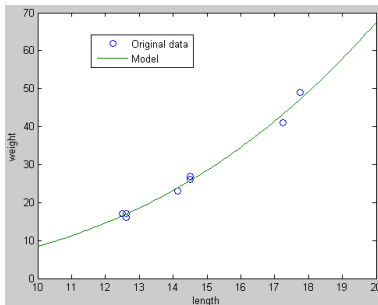
другие примеры

Фракталы

Транспортная задача

Гонка вооружений

Моделирование этой ситуации дает следующий рисунок:



Очевидно, для небольшого количества исходных данных модель достаточно точна. Однако она приравнивает длинную тощую рыбу к короткой и толстой. Эту проблему можно решить если принять $W \propto lq^2$.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель Лотки-Вольтерра Окуні

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Популяция грызунов

Условия:

Предположим, что коэффициент роста популяции крыс зависит от текущего количества особей и от продовольствия, объем которого изменяется в течение года.

Такую систему можно описать уравнением:

$$f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$$

- ▶ a – параметр, характеризующий воспроизводимость крыс
- ▶ ω – частота периодической функции, которая показывает влияние изменения запаса продовольствия на воспроизводимость
- ▶ t – время в днях

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Популяция грызунов

Условия:

Предположим, что коэффициент роста популяции крыс зависит от текущего количества особей и от продовольствия, объем которого изменяется в течение года.

Такую систему можно описать уравнением:

$$f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$$

- ▶ a – параметр, характеризующий воспроизводимость крыс
- ▶ ω – частота периодической функции, которая показывает влияние изменения запаса продовольствия на воспроизводимость
- ▶ t – время в днях

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Популяция грызунов

Условия:

Предположим, что коэффициент роста популяции крыс зависит от текущего количества особей и от продовольствия, объем которого изменяется в течение года.

Такую систему можно описать уравнением:

$$f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$$

- ▶ a – параметр, характеризующий воспроизводимость крыс
- ▶ ω – частота периодической функции, которая показывает влияние изменения запаса продовольствия на воспроизводимость
- ▶ t – время в днях

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Условия:

Такую систему можно описать уравнением:

$$f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$$

- ▶ a – параметр, характеризующий воспроизводимость крыс
- ▶ ω – частота периодической функции, которая показывает влияние изменения запаса продовольствия на воспроизводимость
- ▶ t – время в днях

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
ОкуниПопуляция
грызуновПроцесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точкиМоделирование
в математикеВычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Преобразуем исходную функцию:

- ▶ Имеем $f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$
- ▶ Теперь для $f(t)$ применим обозначение $y(t)$:
 $f'(t) = ay(t)[1 + \sin(\omega t)]$.
- ▶ И, наконец, представим это вычисление как функцию $g : t, y \rightarrow ay[1 + \sin(\omega t)]$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
ОкуниПопуляция
грызуновПроцесс
ФерхлюстаВыработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точкиМоделирование
в математикеВычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Преобразуем исходную функцию:

- ▶ Имеем $f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$
- ▶ Теперь для $f(t)$ применим обозначение $y(t)$:
 $f'(t) = ay(t)[1 + \sin(\omega t)]$.
- ▶ И, наконец, представим это вычисление как функцию $g : t, y \rightarrow ay[1 + \sin(\omega t)]$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
ОкуниПопуляция
грызуновПроцесс
ФерхлюстаВыработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точкиМоделирование
в математикеВычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Преобразуем исходную функцию:

- ▶ Имеем $f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$
- ▶ Теперь для $f(t)$ применим обозначение $y(t)$:
 $f'(t) = ay(t)[1 + \sin(\omega t)]$.
- ▶ И, наконец, представим это вычисление как функцию $g : t, y \rightarrow ay[1 + \sin(\omega t)]$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
ОкуниПопуляция
грызуновПроцесс
ФерхлюстаВыработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точкиМоделирование
в математикеВычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

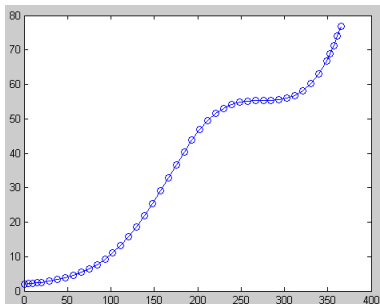
Преобразуем исходную функцию:

- ▶ Имеем $f'(t) = af(t)[1 + \sin(\omega t)]$
- ▶ Теперь для $f(t)$ применим обозначение $y(t)$:
 $f'(t) = ay(t)[1 + \sin(\omega t)]$.
- ▶ И, наконец, представим это вычисление как функцию $g : t, y \rightarrow ay[1 + \sin(\omega t)]$

С помощью функции g мы сможем оценить значение f .

Моделирование данной ситуации при $\omega = 2\pi/365$ и

$a = 0.01$, дает следующее:



Ось x показывает время от 0 до 365 дней. Ось y – численность крыс, которая начинается с 2-х особей. Прирост идет медленнее в зиму и лето, но быстрее весной и осенью.

Я. А. Долженко

Модель Лотки-Вольтерра Окуни

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка древесины

Падение тела

Осцилляторы

Теплопроводн

Движение точки

Метод Зейделя

другие примеры

Транспортная

Модель процесса Ферхлюста

Общий вид:

Модель позволяет найти численность следующего поколения. Описывается уравнением: $x_{\text{new}} = ax(1 - x)$, где a – коэффициент прироста. При этом устанавливается верхний предел в 1 (рассматриваем ее как 100% места, доступного для роста популяции). Если:

- ▶ коэффициент прироста равен 2
- ▶ начальное значение 0.001

то мы увидим что популяция растет и достигает отметки 0.5. Такая ситуация наблюдается в природе со здоровыми животными, так как после начального периода быстрого роста размер популяции стабилизируется.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель процесса Ферхлюста

Общий вид:

Модель позволяет найти численность следующего поколения. Описывается уравнением: $x_{\text{new}} = ax(1 - x)$, где a – коэффициент прироста. При этом устанавливается верхний предел в 1 (рассматриваем ее как 100% места, доступного для роста популяции). Если:

- ▶ коэффициент прироста равен 2
- ▶ начальное значение 0.001

то мы увидим что популяция растет и достигает отметки 0.5. Такая ситуация наблюдается в природе со здоровыми животными, так как после начального периода быстрого роста размер популяции стабилизируется.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель процесса Ферхлюста

Общий вид:

Модель позволяет найти численность следующего поколения. Описывается уравнением: $x_{\text{new}} = ax(1 - x)$, где a – коэффициент прироста. При этом устанавливается верхний предел в 1 (рассматриваем ее как 100% места, доступного для роста популяции). Если:

- ▶ коэффициент прироста равен 2
- ▶ начальное значение 0.001

то мы увидим что популяция растет и достигает отметки 0.5. Такая ситуация наблюдается в природе со здоровыми животными, так как после начального периода быстрого роста размер популяции стабилизируется.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Модель процесса Ферхлюста

Общий вид:

Модель позволяет найти численность следующего поколения. Описывается уравнением: $x_{\text{new}} = ax(1 - x)$, где a – коэффициент прироста. При этом устанавливается верхний предел в 1 (рассматриваем ее как 100% места, доступного для роста популяции). Если:

- ▶ коэффициент прироста равен 2
- ▶ начальное значение 0.001

то мы увидим что популяция растет и достигает отметки 0.5. Такая ситуация наблюдается в природе со здоровыми животными, так как после начального периода быстрого роста размер популяции стабилизируется.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

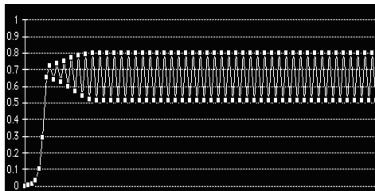
Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Если мы положим коэффициент прироста равным 3.2, то будем наблюдать странное явление: численность популяции будет расти, но не стабилизируется окончательно, а будет бесконечно меняться в пределах 2-х значений:



Однако, если коэффициент немного увеличить, например до 3.4495, то станет очевидным что теперь численность популяции колеблется между четырьмя значениями.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

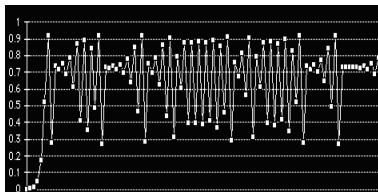
Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Увеличивая значение a для дальнейших опытов, мы заметим, что число значений, между которыми может колебаться x , увеличивается (8 и 16) пока не достигнет $a = 3.569946$. После этого значения численность меняется хаотично.



Такие изменения наблюдаются в природе. Например, когда не хватает ресурсов окружающей среды для поддержания имеющейся численности. В этом случае численность падает, а затем, после преодоления «кризиса», начинает расти снова.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель Лотки-Вольтерра Окуни

Популяция грызунов

Процесс Ферхлюста

Выработка древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Желтая сосна

Постановка задачи:

Мы хотим определить, какой объем V досок (длина в футах) можно получить из дерева желтой сосны диаметра d . Воспользуемся экспериментальными данными и наложим их на полиномиальную компьютерную модель порядка 13. Получим график, показанный на следующем слайде:

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

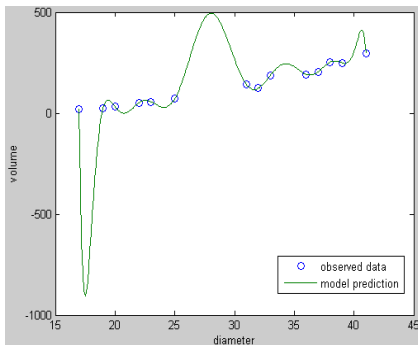
Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

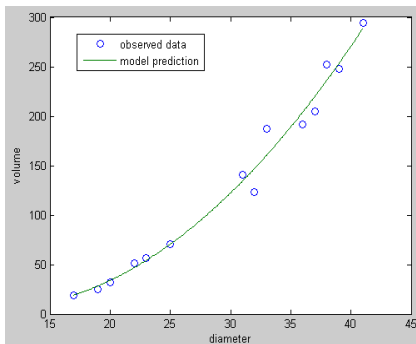
другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

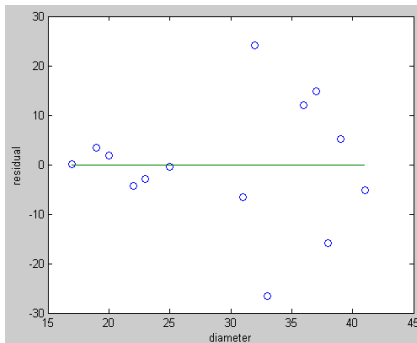


Модель проходит точно через каждую точку исходных данных, но плохо предсказывает объем древесины, который можно получить от деревьев диаметром от 17 до 19 дюймов и от 25 до 31 дюйма. Это демонстрирует неудобство использования полиномиальных моделей высокого порядка.

Как видно из эксперимента, модель 2-го порядка гораздо лучше приближает исходные данные, по сравнению с моделью порядка 13.



Погрешность модели порядка 2 выглядит так:



Это подтверждает предположения о том, что наиболее подходящей является последняя полиномиальная модель. Для того чтобы окончательно в этом убедиться, можно построить полиномиальные модели более высоких порядков и сравнить результаты.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлуста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Падение тела

Постановка задачи:

Второй закон Ньютона выглядит так: $F = ma$

- ▶ a – ускорение
- ▶ m – масса объекта
- ▶ F – сила, действующая на тело

Для большей реалистичности предположим, что a и F – векторы. Возникает вопрос: если нам известно ускорение как функция от времени, то как можно найти p – местоположение объекта?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела

Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Падение тела

Постановка задачи:

Второй закон Ньютона выглядит так: $F = ma$

- ▶ a – ускорение
- ▶ m – масса объекта
- ▶ F – сила, действующая на тело

Для большей реалистичности предположим, что a и F – векторы. Возникает вопрос: если нам известно ускорение как функция от времени, то как можно найти p – местоположение объекта?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела

Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Падение тела

Постановка задачи:

Второй закон Ньютона выглядит так: $F = ma$

- ▶ a – ускорение
- ▶ m – масса объекта
- ▶ F – сила, действующая на тело

Для большей реалистичности предположим, что a и F – векторы. Возникает вопрос: если нам известно ускорение как функция от времени, то как можно найти p – местоположение объекта?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Падение тела

Постановка задачи:

Второй закон Ньютона выглядит так: $F = ma$

- ▶ a – ускорение
- ▶ m – масса объекта
- ▶ F – сила, действующая на тело

Для большей реалистичности предположим, что a и F – векторы. Возникает вопрос: если нам известно ускорение как функция от времени, то как можно найти p – местоположение объекта?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Падение тела

Постановка задачи:

Второй закон Ньютона выглядит так: $F = ma$

- ▶ a – ускорение
- ▶ m – масса объекта
- ▶ F – сила, действующая на тело

Для большей реалистичности предположим, что a и F – векторы. Возникает вопрос: если нам известно ускорение как функция от времени, то как можно найти p – местоположение объекта?

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

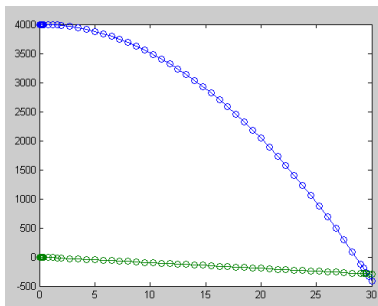
Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Так как ускорение есть вторая производная координаты по времени, то можно записать: $p'' = a$. Очевидно, это дифференциальное уравнение второго порядка и его можно решить. Рассмотрим простой пример: свободное падение тела в вакууме. Моделирование этого процесса дает нам следующий рисунок:



Нижняя линия показывает скорость. Верхняя линия – высоту.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Чтобы сделать данную модель более реалистичной введем сопротивление воздуха. Как известно, для больших объектов,двигающихся быстро в воздухе, сила, вызванная сопротивлением воздуха, пропорциональна v^2 : $F = cv^2$, где:

► c — константа, зависящая от плотности воздуха.

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

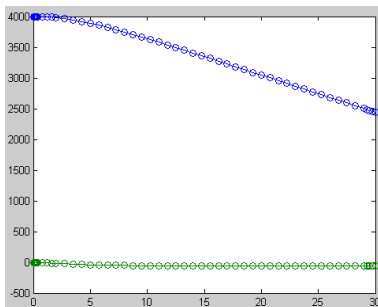
другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Чтобы сделать данную модель более реалистичной введем сопротивление воздуха. Как известно, для больших объектов,двигающихся быстро в воздухе, сила, вызванная сопротивлением воздуха, пропорциональна v^2 : $F = cv^2$, где:

- c – константа, зависящая от плотности воздуха.

Пусть $c = 0.2$ и масса тела 75 кг. При моделировании получим следующее:



Если сравнить с предыдущим рисунком, то заметно большое различие. Увеличение скорости идет до того момента пока ускорение не станет равным g . После этого скорость равна константе и высота уменьшается линейно.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Колебание связанных осцилляторов

Задача:

Построить модель колебаний связанных осцилляторов, если имеется система из N осцилляторов с массами m_i и жесткостью пружин k_i . Массы связаны между собой упругими связями с жесткостью q_i .

- ▶ на каждый осциллятор действует сила трения $r\eta_i$
- ▶ начальное смещение осцилляторов – $\xi_i(0)$
- ▶ начальная скорость осцилляторов – $\eta_i(0)$
- ▶ на отдельные осцилляторы действует вынуждающая сила $F_{i\xi} = F_{i\xi}(t)$
- ▶ некоторые осцилляторы колеблются по закону $\xi_i = \xi_i(t)$
- ▶ крайние осцилляторы закреплены

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Задача:

Построить модель колебаний связанных осцилляторов, если имеется система из N осцилляторов с массами m_i и жесткостью пружин k_i . Массы связаны между собой упругими связями с жесткостью q_i .

- ▶ на каждый осциллятор действует сила трения $r\eta_i$
- ▶ начальное смещение осцилляторов – $\xi_i(0)$
- ▶ начальная скорость осцилляторов – $\eta_i(0)$
- ▶ на отдельные осцилляторы действует вынуждающая сила $F_{i\xi} = F_{i\xi}(t)$
- ▶ некоторые осцилляторы колеблются по закону $\xi_i = \xi_i(t)$
- ▶ крайние осцилляторы закреплены

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Колебание связанных осцилляторов

Задача:

Построить модель колебаний связанных осцилляторов, если имеется система из N осцилляторов с массами m_i и жесткостью пружин k_i . Массы связаны между собой упругими связями с жесткостью q_i .

- ▶ на каждый осциллятор действует сила трения $r\eta_i$
- ▶ начальное смещение осцилляторов – $\xi_i(0)$
- ▶ начальная скорость осцилляторов – $\eta_i(0)$
- ▶ на отдельные осцилляторы действует вынуждающая сила $F_{i\xi} = F_{i\xi}(t)$
- ▶ некоторые осцилляторы колеблются по закону $\xi_i = \xi_i(t)$
- ▶ крайние осцилляторы закреплены

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Колебание связанных осцилляторов

Задача:

Построить модель колебаний связанных осцилляторов, если имеется система из N осцилляторов с массами m_i и жесткостью пружин k_i . Массы связаны между собой упругими связями с жесткостью q_i .

- ▶ на каждый осциллятор действует сила трения $r\eta_i$
- ▶ начальное смещение осцилляторов – $\xi_i(0)$
- ▶ начальная скорость осцилляторов – $\eta_i(0)$
- ▶ на отдельные осцилляторы действует вынуждающая сила $F_{i\xi} = F_{i\xi}(t)$
- ▶ некоторые осцилляторы колеблются по закону $\xi_i = \xi_i(t)$
- ▶ крайние осцилляторы закреплены

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

*

На каждый i -й осциллятор со стороны соседних $(i - 1)$ -го и $(i + 1)$ -го осцилляторов действует сила:

$F_{i\xi} = -q_i(\xi_i - \xi_{i-1}) - q_{i+1}(\xi_i - \xi_{i+1})$. Кроме нее на осциллятор действует сила упругости $k\xi_i$.

*

По второму закону Ньютона, ускорение i -го осциллятора:

$\theta_i = (F_{i\xi} - r\eta_i - k\xi_i)/m$. Таким образом, определив ускорение θ_i , можно найти скорость и смещение i -й массы в следующий момент времени $t + \Delta t$:

$$\eta_i = \eta_i + \theta_i \Delta t$$

$$\xi_i = \xi_i + \eta_i \Delta t$$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Я. А. Долженко

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Явление теплопроводности

Задача:

Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которой зависит от координаты $a = a(x, y)$.

- ▶ начальное распределение температуры: $T = T(x, y)$
- ▶ q_n – мощность источников тепла
- ▶ (x_n, y_n) – координаты источников тепла

Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Явление теплопроводности

Задача:

Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которой зависит от координаты $a = a(x, y)$.

- ▶ начальное распределение температуры: $T = T(x, y)$
- ▶ q_n – мощность источников тепла
- ▶ (x_n, y_n) – координаты источников тепла

Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Явление теплопроводности

Задача:

Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которой зависит от координаты $a = a(x, y)$.

- ▶ начальное распределение температуры: $T = T(x, y)$
- ▶ q_n – мощность источников тепла
- ▶ (x_n, y_n) – координаты источников тепла

Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Явление теплопроводности

Задача:

Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которой зависит от координаты $a = a(x, y)$.

- ▶ начальное распределение температуры: $T = T(x, y)$
- ▶ q_n – мощность источников тепла
- ▶ (x_n, y_n) – координаты источников тепла

Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Явление теплопроводности

Задача:

Имеется прямоугольная пластина, коэффициент температуропроводности которой зависит от координаты $a = a(x, y)$.

- ▶ начальное распределение температуры: $T = T(x, y)$
- ▶ q_n – мощность источников тепла
- ▶ (x_n, y_n) – координаты источников тепла

Необходимо изучить изменение температуры различных точек пластины с течением времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Уравнение теплопроводности для пластины:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q(x, y)$$

Приращение температуры равно:

$$\partial T = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \partial t + q(x, y) \partial t$$

Разобьем прямоугольную пластину на элементы, образующие вертикальные столбцы с номером i и горизонтальные строки с номером j . Пусть в некоторый дискретный момент времени t температура элемента i -го столбца j -й строки была равна $T_{ij}(t)$. Чтобы найти ее значение в следующий момент времени $t + dt$ необходимо численно решить представленное выше дифференциальное уравнение отдельно по столбцам и отдельно по строкам.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решая одномерную задачу теплопроводности по столбцам, получаем:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{ij+1} - 2T_{ij} + T_{ij-1})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

- ▶ q_{ij} – быстрота увеличения температуры элемента вследствие наличия в нем источника тепла
- ▶ $h = 1$

Аналогичным образом решается уравнение теплопроводности по строкам:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{i+1j} - 2T_{ij} + T_{i-1j})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

Организовав два цикла по i и j , в которых перебираются все элементы пластины, вложенные в цикл по времени, можно рассчитать распределение температуры пластины в последующие моменты времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решая одномерную задачу теплопроводности по столбцам, получаем:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{ij+1} - 2T_{ij} + T_{ij-1})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

- q_{ij} – быстрота увеличения температуры элемента вследствие наличия в нем источника тепла

- $h = 1$

Аналогичным образом решается уравнение теплопроводности по строкам:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{i+1j} - 2T_{ij} + T_{i-1j})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

Организовав два цикла по i и j , в которых перебираются все элементы пластины, вложенные в цикл по времени, можно рассчитать распределение температуры пластины в последующие моменты времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решая одномерную задачу теплопроводности по столбцам, получаем:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{ij+1} - 2T_{ij} + T_{ij-1})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

- ▶ q_{ij} – быстрота увеличения температуры элемента вследствие наличия в нем источника тепла
- ▶ $h = 1$

Аналогичным образом решается уравнение теплопроводности по строкам:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{i+1j} - 2T_{ij} + T_{i-1j})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

Организовав два цикла по i и j , в которых перебираются все элементы пластины, вложенные в цикл по времени, можно рассчитать распределение температуры пластины в последующие моменты времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решая одномерную задачу теплопроводности по столбцам, получаем:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{ij+1} - 2T_{ij} + T_{ij-1})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

- ▶ q_{ij} – быстрота увеличения температуры элемента вследствие наличия в нем источника тепла
- ▶ $h = 1$

Аналогичным образом решается уравнение теплопроводности по строкам:

$$T_{ij}(t+dt) = T_{ij}(t) + a [(T_{i+1j} - 2T_{ij} + T_{i-1j})/h^2] dt + q_{ij}dt$$

Организовав два цикла по i и j , в которых перебираются все элементы пластины, вложенные в цикл по времени, можно рассчитать распределение температуры пластины в последующие моменты времени.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

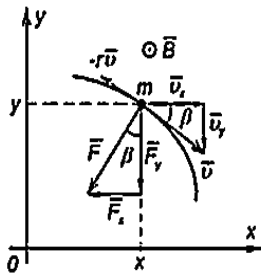
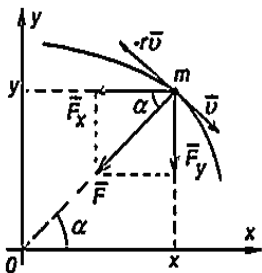
другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Движение материальной точки

Задача:

Материальная точка массой m движется в силовом поле $F_x = F_x(x, y)$, $F_y = F_y(x, y)$, при этом на нее действует сила трения с проекциями $F_x = -rv_x$, $F_y = -rv_y$, направленная противоположно скорости. Необходимо, зная начальные условия x_0, y_0, v_{0x}, v_{0y} , построить траекторию движения точки.



КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\triangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\triangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\triangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\triangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение задачи:

Пусть в момент времени t материальная точка имеет координаты x, y и проекции скорости v_x, v_y . Запишем второй закон Ньютона в проекциях:

$$\blacktriangleright F_x(x, y) - rv_x = ma_x$$

$$\blacktriangleright F_y(x, y) - rv_y = ma_y$$

Отсюда следует, что проекции ускорения точки в момент времени $t + \Delta t$ равны:

$$\blacktriangleright a_x(t + \Delta t) = (F_x(t) - rv_x(t))/m$$

$$\blacktriangleright a_y(t + \Delta t) = (F_y(t) - rv_y(t))/m$$

После этого можно повторить процедуру вычисления требуемое количество раз и построить траекторию движения точки.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Наиболее эффективный способ...

Как вычислить определенный интеграл

Пусть, например, требуется вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} \exp^{\cos(2\pi f x)} dx$, где f – частота. Это можно сделать, как минимум, тремя способами:

- ▶ методом левых прямоугольников ($S_{\text{ЛП}}$)
- ▶ методом трапеций ($S_{\text{Тр}}$)
- ▶ методом Симпсона ($S_{\text{С}}$)

Но как определить, какой из них выполнит задачу быстрее и точнее?

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Наиболее эффективный способ...

Как вычислить определенный интеграл

Пусть, например, требуется вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} \exp^{\cos(2\pi f x)} dx$, где f – частота. Это можно сделать, как минимум, тремя способами:

- ▶ методом левых прямоугольников ($S_{\text{лп}}$)
- ▶ методом трапеций ($S_{\text{тр}}$)
- ▶ методом Симпсона ($S_{\text{с}}$)

Но как определить, какой из них выполнит задачу быстрее и точнее?

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Наиболее эффективный способ...

Как вычислить определенный интеграл

Пусть, например, требуется вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} \exp^{\cos(2\pi f x)} dx$, где f – частота. Это можно сделать, как минимум, тремя способами:

- ▶ методом левых прямоугольников ($S_{\text{лп}}$)
- ▶ методом трапеций ($S_{\text{тр}}$)
- ▶ методом Симпсона ($S_{\text{с}}$)

Но как определить, какой из них выполнит задачу быстрее и точнее?

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Наиболее эффективный способ...

Как вычислить определенный интеграл

Пусть, например, требуется вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} \exp^{\cos(2\pi f x)} dx$, где f – частота. Это можно сделать, как минимум, тремя способами:

- ▶ методом левых прямоугольников ($S_{\text{лп}}$)
- ▶ методом трапеций ($S_{\text{тр}}$)
- ▶ методом Симпсона ($S_{\text{с}}$)

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Наиболее эффективный способ...

Как вычислить определенный интеграл

Пусть, например, требуется вычислить определенный интеграл $\int_0^{10} \exp^{\cos(2\pi f x)} dx$, где f – частота. Это можно сделать, как минимум, тремя способами:

- ▶ методом левых прямоугольников ($S_{\text{лп}}$)
- ▶ методом трапеций ($S_{\text{тр}}$)
- ▶ методом Симпсона ($S_{\text{с}}$)

Но как определить, какой из них выполнит задачу быстрее и точнее?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

На этот вопрос помогает ответить программа, в которой реализуется решения всеми этими способами с заданной частотой ($f = 27.33$) и шагом (m). Результаты на каждом шаге выводятся в таблицу до тех пор, пока не будет достигнута точность 10^{-6} . По окончании работы программы отчетливо видно, какой метод вычисляет интеграл быстрее и точнее.

	m	della	Sm	Sp	Sc
	4	2.5	16.4048684308129	7.29217541972008	14.8639066910284
	9	1.25	15.0373697651254	11.4041540105272	13.7281562321054
	16	0.625	14.4715494747684	13.0818760195064	13.8636657253266
	32	0.3125	12.8566531728981	12.2151663950644	12.111675912297
	64	0.15625	12.8957376246254	12.3230013834879	12.8054265266669
Sm	128	0.078125	12.8252233182725	12.6176238130976	12.7500489261739
	256	0.0390625	12.7893244052492	12.7069576852967	12.7515233892609
	512	0.01953125	12.6718822074175	12.6308644289251	12.6198174023117
	1024	0.00975625	12.6754432069962	12.6397755202943	12.6701715039415
	2048	0.0048828125	12.6710197382848	12.6881203239034	12.6863158888905
	4096	0.00244140625	12.6687738733032	12.66364040772714	12.6654105796807
	8192	0.001220703125	12.667607391483	12.6652968416525	12.6664112263452
	16384	0.0006103515625	12.6670130461146	12.6659117237069	
	32768	0.00030517578125	12.6667130876369	12.6661747393361	
Sp	65536	0.000152587890625	12.6665624075676	12.6662961769424	
	131072	7.62339453125E-5	12.6664666541151	12.6663544693062	
	262144	3.811697265625E-5	12.6664409337763	12.6663630683075	
	524288	1.9073486328125E-5	12.6664301827003	12.6663972130894	
	1048576	9.5367431640625E-6	12.6664207244356	12.6664042505943	
	2097152	4.7683715803125E-6	12.6664153946212	12.666407760611	
	4194304	2.38418579101563E-6	12.6664136295453	12.6664095132223	
	8388608	1.19209289950781E-6	12.6664124463631		
Sc	16777216	5.96046444775309E-7	12.6664118556616		

OTBET:

12.6664130382645	12.6664071764072	12.6664105321954
------------------	------------------	------------------

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Метод Зейделя

Задача:

Для того чтобы применить метод Зейделя к решению системы линейных алгебраических уравнений

$$Ax = b$$

с квадратной невырожденной матрицей A , необходимо предварительно преобразовать эту систему к виду

$$x = Bx + c$$

Здесь B – квадратная матрица с элементами b_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$), c – вектор-столбец с элементами c_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Описание метода (продолжение):

Заметим, что $B = B_1 + B_2$ и поэтому решение x исходной системы удовлетворяет равенству: $x = B_1x + B_2x + c$.

- ▶ выберем начальное приближение:

$$x(0) = [x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)]$$

- ▶ находим первое приближение: $x(1) = B_1x(0) + B_2x(1)$
- ▶ далее по аналогии: $x(2) = B_1x(1) + B_2x(2)$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$ приближений, вычисляемых по формуле $x_{(k+1)} = B_1x_{(k+1)} + B_2x_{(k)} + c$.

Метод Зейделя иногда называют также методом Гаусса-Зейделя, процессом Либмана, методом последовательных замещений.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Описание метода (продолжение):

Заметим, что $B = B_1 + B_2$ и поэтому решение x исходной системы удовлетворяет равенству: $x = B_1x + B_2x + c$.

- ▶ выберем начальное приближение:

$$x_{(0)} = [x_{1(0)}, x_{2(0)}, \dots, x_{n(0)}]$$

- ▶ находим первое приближение: $x_{(1)} = B_1x_{(0)} + B_2x_{(1)}$
- ▶ далее по аналогии: $x_{(2)} = B_1x_{(1)} + B_2x_{(2)}$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $x_{(0)}, x_{(1)}, \dots, x_{(n)}, \dots$ приближений, вычисляемых по формуле $x_{(k+1)} = B_1x_{(k+1)} + B_2x_{(k)} + c$.

Метод Зейделя иногда называют также методом Гаусса-Зейделя, процессом Либмана, методом последовательных замещений.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Описание метода (продолжение):

Заметим, что $B = B_1 + B_2$ и поэтому решение x исходной системы удовлетворяет равенству: $x = B_1x + B_2x + c$.

- ▶ выберем начальное приближение:

$$x_{(0)} = [x_{1(0)}, x_{2(0)}, \dots, x_{n(0)}]$$

- ▶ находим первое приближение: $x_{(1)} = B_1x_{(0)} + B_2x_{(1)}$

- ▶ далее по аналогии: $x_{(2)} = B_1x_{(1)} + B_2x_{(2)}$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $x_{(0)}, x_{(1)}, \dots, x_{(n)}, \dots$ приближений, вычисляемых по формуле $x_{(k+1)} = B_1x_{(k+1)} + B_2x_{(k)} + c$.

Метод Зейделя иногда называют также методом Гаусса-Зейделя, процессом Либмана, методом последовательных замещений.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Описание метода (продолжение):

Заметим, что $B = B_1 + B_2$ и поэтому решение x исходной системы удовлетворяет равенству: $x = B_1x + B_2x + c$.

- ▶ выберем начальное приближение:

$$x_{(0)} = [x_{1(0)}, x_{2(0)}, \dots, x_{n(0)}]$$

- ▶ находим первое приближение: $x_{(1)} = B_1x_{(0)} + B_2x_{(1)}$
- ▶ далее по аналогии: $x_{(2)} = B_1x_{(1)} + B_2x_{(2)}$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $x_{(0)}, x_{(1)}, \dots, x_{(n)}, \dots$ приближений, вычисляемых по формуле $x_{(k+1)} = B_1x_{(k+1)} + B_2x_{(k)} + c$.

Метод Зейделя иногда называют также методом Гаусса-Зейделя, процессом Либмана, методом последовательных замещений.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Описание метода (продолжение):

Заметим, что $B = B_1 + B_2$ и поэтому решение x исходной системы удовлетворяет равенству: $x = B_1x + B_2x + c$.

- ▶ выберем начальное приближение:

$$x_{(0)} = [x_{1(0)}, x_{2(0)}, \dots, x_{n(0)}]$$

- ▶ находим первое приближение: $x_{(1)} = B_1x_{(0)} + B_2x_{(1)}$
- ▶ далее по аналогии: $x_{(2)} = B_1x_{(1)} + B_2x_{(2)}$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $x(0), x(1), \dots, x(n), \dots$ приближений, вычисляемых по формуле $x_{(k+1)} = B_1x_{(k+1)} + B_2x_{(k)} + c$.

Метод Зейделя иногда называют также методом Гаусса-Зейделя, процессом Либмана, методом последовательных замещений.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Фракталы

Немного теории:

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадёжным.

- ▶ *Как поострить модель горного хребта, береговой линии или кроны дерева в терминах геометрии?*
- ▶ *Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга?*
- ▶ *Как описать многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных?*

Фракталы и математический хаос — подходящие средства для исследования поставленных вопросов.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Фракталы

Немного теории:

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадежным.

- ▶ Как поострить модель горного хребта, береговой линии или кроны дерева в терминах геометрии?
- ▶ Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга?
- ▶ Как описать многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Фракталы

Немного теории:

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадежным.

- ▶ Как поострить модель горного хребта, береговой линии или кроны дерева в терминах геометрии?
- ▶ Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга?
- ▶ Как описать многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Фракталы

Немного теории:

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадежным.

- ▶ Как поострить модель горного хребта, береговой линии или кроны дерева в терминах геометрии?
- ▶ Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга?
- ▶ Как описать многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных?

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выборка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Фракталы

Немного теории:

Многие природные системы настолько сложны и нерегулярны, что использование только знакомых объектов классической геометрии для их моделирования представляется безнадежным.

- ▶ Как поострить модель горного хребта, береговой линии или кроны дерева в терминах геометрии?
- ▶ Какая математика отвечает за ритмы сердца и головного мозга?
- ▶ Как описать многообразие биологических конфигураций, которое мы наблюдаем в мире растений и животных?

Фракталы и математический хаос — подходящие средства для исследования поставленных вопросов.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольterra
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выборка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

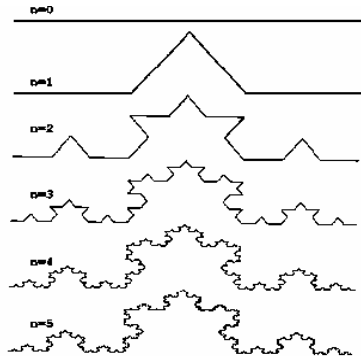
Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы



Я. А. Долженко

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

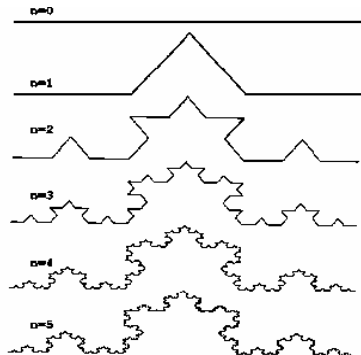
Вычисление интегралов

Метод Зейделя

Фракталы

Фрактал – это геометрическая фигура, в которой один и тот же фрагмент повторяется при каждом уменьшении масштаба. Рассмотрим алгоритм построения **кривой Коха**:

- ▶ есть отрезок единичной длины
- ▶ далее каждое звено(отрезок) заменяется на образующий элемент



КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

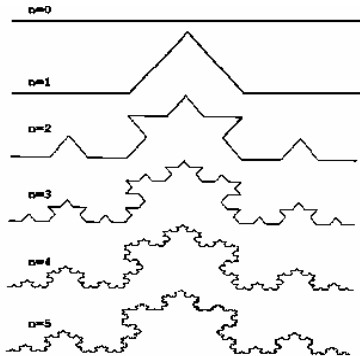
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы

Koxa:

- ▶ далее каждое звено(отрезок) заменяется на образующий элемент



Транспортная задача

Постановка задачи:

Стандартная ТЗ определяется как задача разработки наиболее экономичного плана перевозки продукции одного вида из нескольких пунктов отправления в пункты назначения. *Исходные параметры модели ТЗ*

- ▶ n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения
- ▶ b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j = 1..m$) [ед. прод.]
- ▶ a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i = 1..n$) [ед. прод.]
- ▶ c_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j [руб./ед. прод.]

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Транспортная задача

Постановка задачи:

Стандартная ТЗ определяется как задача разработки наиболее экономичного плана перевозки продукции одного вида из нескольких пунктов отправления в пункты назначения. *Исходные параметры модели ТЗ*

- ▶ n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения
- ▶ b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j = 1..m$) [ед. прод.]
- ▶ a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i = 1..n$) [ед. прод.]
- ▶ c_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j [руб./ед. прод.]

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Транспортная задача

Постановка задачи:

Стандартная ТЗ определяется как задача разработки наиболее экономичного плана перевозки продукции одного вида из нескольких пунктов отправления в пункты назначения. *Исходные параметры модели ТЗ*

- ▶ n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения
- ▶ b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j = 1..m$) [ед. прод.]
- ▶ a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i = 1..n$) [ед. прод.]
- ▶ c_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j [руб./ед. прод.]

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Транспортная задача

Постановка задачи:

Стандартная ТЗ определяется как задача разработки наиболее экономичного плана перевозки продукции одного вида из нескольких пунктов отправления в пункты назначения. *Исходные параметры модели ТЗ*

- ▶ n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения
- ▶ b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j = 1..m$) [ед. прод.]
- ▶ a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i = 1..n$) [ед. прод.]
- ▶ c_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j [руб./ед. прод.]

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Транспортная задача

Постановка задачи:

Стандартная ТЗ определяется как задача разработки наиболее экономичного плана перевозки продукции одного вида из нескольких пунктов отправления в пункты назначения. *Исходные параметры модели ТЗ*

- ▶ n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения
- ▶ b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j = 1..m$) [ед. прод.]
- ▶ a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i = 1..n$) [ед. прод.]
- ▶ c_{ij} – стоимость перевозки единицы продукции из A_i в B_j [руб./ед. прод.]

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

- Фракталы
- Транспортная задача
- Потеря частиц
- Гонка вооружений

Искомые параметры ТЗ:

- ▶ x_{ij} – количество продукции, перевозимой из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j [ед. прод.]
- ▶ $L(x)$ – транспортные расходы на перевозку всей продукции [руб.]

Общий вид модели ТЗ:

$$L(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1..n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, j = 1..m$$

$$\forall x_{ij} \geq 0, i = 1..n, j = 1..m$$

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Искомые параметры ТЗ:

- ▶ x_{ij} – количество продукции, перевозимой из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j [ед. прод.]
- ▶ $L(x)$ – транспортные расходы на перевозку всей продукции [руб.]

Общий вид модели ТЗ:

$$L(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1..n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, j = 1..m$$

$$\forall x_{ij} \geq 0, i = 1..n, j = 1..m$$

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Искомые параметры ТЗ:

- ▶ x_{ij} – количество продукции, перевозимой из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j [ед. прод.]
- ▶ $L(x)$ – транспортные расходы на перевозку всей продукции [руб.]

Общий вид модели ТЗ:

$$\begin{aligned}
 L(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\
 \sum_{j=1}^m x_{ij} &= a_i, i = 1..n \\
 \sum_{i=1}^n x_{ij} &= b_j, j = 1..m \\
 \forall x_{ij} &\geq 0, i = 1..n, j = 1..m
 \end{aligned}$$

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Искомые параметры ТЗ:

- ▶ x_{ij} – количество продукции, перевозимой из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j [ед. прод.]
- ▶ $L(x)$ – транспортные расходы на перевозку всей продукции [руб.]

Общий вид модели ТЗ:

$$\begin{aligned}
 L(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \\
 \sum_{j=1}^m x_{ij} &= a_i, i = 1..n \\
 \sum_{i=1}^n x_{ij} &= b_j, j = 1..m \\
 \forall x_{ij} &\geq 0, i = 1..n, j = 1..m
 \end{aligned}$$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Из модели следует, что сумма запасов продукции во всех пунктах отправления должна равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

- ▶ если суммарные запасы превышают суммарные потребности, то необходим дополнительный фиктивный пункт потребления: $b_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ если суммарные потребности превышают суммарные запасы, то необходим дополнительный фиктивный пункт отправления: $a_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ для фиктивных перевозок вводятся фиктивные тарифы c^f , величина которых обычно приравнивается к нулю

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Из модели следует, что сумма запасов продукции во всех пунктах отправления должна равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

- ▶ если суммарные запасы превышают суммарные потребности, то необходим дополнительный

фиктивный пункт потребления: $b_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$

- ▶ если суммарные потребности превышают суммарные запасы, то необходим дополнительный фиктивный

пункт отправления: $a_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$

- ▶ для фиктивных перевозок вводятся фиктивные тарифы c^f , величина которых обычно приравнивается к нулю

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Из модели следует, что сумма запасов продукции во всех пунктах отправления должна равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

- ▶ если суммарные запасы превышают суммарные потребности, то необходим дополнительный фиктивный пункт потребления: $b_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ если суммарные потребности превышают суммарные запасы, то необходим дополнительный фиктивный пункт отправления: $a_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ для фиктивных перевозок вводятся фиктивные тарифы c^f , величина которых обычно приравнивается к нулю

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Из модели следует, что сумма запасов продукции во всех пунктах отправления должна равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления, т.е.:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j$$

- ▶ если суммарные запасы превышают суммарные потребности, то необходим дополнительный фиктивный пункт потребления: $b_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ если суммарные потребности превышают суммарные запасы, то необходим дополнительный фиктивный пункт отправления: $a_f = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$
- ▶ для фиктивных перевозок вводятся фиктивные тарифы c^f , величина которых обычно приравнивается к нулю

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 см^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 см^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 см^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 cm^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 cm^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 cm^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Потери частиц пучка

Постановка задачи:

Пучок тяжелых частиц A проходит через слой газа O .

- ▶ скорости частиц газа до столкновения с частицами пучка равны нулю
- ▶ не учитываются изменения, происходящие в газе вследствие прохождения пучка
- ▶ концентрация газа-мишени составляет n_0 частиц O на 1 cm^3
- ▶ пренебрегаем возможностью, что какая-то из частиц O будет «затенена» другими
- ▶ любое столкновение ведет к выбыванию частицы
- ▶ dW представляет долю площади, перекрытую частицами O в слое dx

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Решение методом Монте-Карло:

- ▶ пропускаем частицу через тонкие слои толщиной dx пока она не пройдет слой (или поглотится).

«Розыгрыш» для слоя dx состоит в том, что мы выбираем случайное число с равномерным распределением от 0 до 1 и сравниваем с величиной dW .

- ▶ число $< dW$, то частица выбывает
- ▶ число $> dW$, то частица перемещается в следующий слой

Пропустив N_a частиц через слой толщины , мы можем получить число оставшихся частиц $N_a(x)$. Результат работы программы расчета потерь пучка можно видеть на следующем рисунке.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

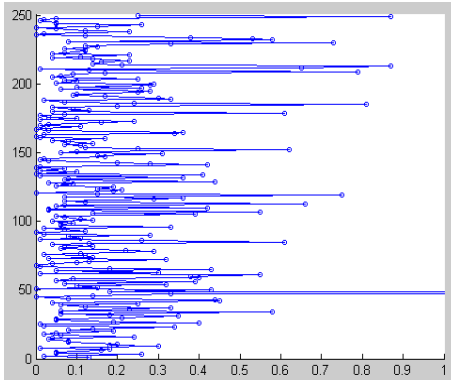
Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений



Предполагается, что для всех частиц заведено 2 вектора – вектор координат, достигнутых каждой из частиц к текущему моменту времени, и вектор состоящий из 0 и 1. Каждая 1 соответствует еще не выбывшей частице, а 0 – уже выбывшей из потока.

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

- Фракталы
- Транспортная задача
- Потеря частиц**
- Гонка вооружений

Гонка вооружений

Задача:

Две страны X и Y вовлечены в гонку вооружений. Мы хотим смоделировать развитие вооружения страны в отношении числа ракет, имеющих в заданный момент времени.

- ▶ страна Y нуждается в 120 единицах оружия, для того чтобы отпугнуть противника
- ▶ на каждые 2 боеприпаса страны X страна Y должна добавить 1 единицу дополнительно
- ▶ число y оружия, в котором нуждается страна Y , как функция от числа x боеприпасов, которые имеются, по ее мнению, у страны X , имеет вид: $y = 120 + \frac{1}{2}x$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Гонка вооружений

Задача:

Две страны X и Y вовлечены в гонку вооружений. Мы хотим смоделировать развитие вооружения страны в отношении числа ракет, имеющих в заданный момент времени.

- ▶ страна Y нуждается в 120 единицах оружия, для того чтобы отпугнуть противника
- ▶ на каждые 2 боеприпаса страны X страна Y должна добавить 1 единицу дополнительно
- ▶ число y оружия, в котором нуждается страна Y , как функция от числа x боеприпасов, которые имеются, по ее мнению, у страны X , имеет вид: $y = 120 + \frac{1}{2}x$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Гонка вооружений

Задача:

Две страны X и Y вовлечены в гонку вооружений. Мы хотим смоделировать развитие вооружения страны в отношении числа ракет, имеющих в заданный момент времени.

- ▶ страна Y нуждается в 120 единицах оружия, для того чтобы отпугнуть противника
- ▶ на каждые 2 боеприпаса страны X страна Y должна добавить 1 единицу дополнительно
- ▶ число y оружия, в котором нуждается страна Y , как функция от числа x боеприпасов, которые имеются, по ее мнению, у страны , имеет вид: $y = 120 + \frac{1}{2}x$

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Гонка вооружений

Задача:

Две страны X и Y вовлечены в гонку вооружений. Мы хотим смоделировать развитие вооружения страны в отношении числа ракет, имеющих в заданный момент времени.

- ▶ страна Y нуждается в 120 единицах оружия, для того чтобы отпугнуть противника
- ▶ на каждые 2 боеприпаса страны X страна Y должна добавить 1 единицу дополнительно
- ▶ число y оружия, в котором нуждается страна Y , как функция от числа x боеприпасов, которые имеются, по ее мнению, у страны X , имеет вид: $y = 120 + \frac{1}{2}x$

КОМПЬЮТЕР- НОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

- Падение тела
- Осцилляторы
- Теплопроводность
- Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов

Метод Зейделя

другие примеры

- Фракталы
- Транспортная задача
- Потеря частиц
- Гонка вооружений

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Задача (продолжение):

Страна следует аналогичной стратегии:

- ▶ очевидно, стране необходимо 60 единиц оружия, даже, если страна Y не имеет его вообще
- ▶ на каждые 3 единицы боеприпасов, которыми, как предполагает страна , обладает страна Y , первая должна добавить еще по 1 единице
- ▶ таким образом, приходим к функции: $x = 60 + \frac{1}{3}x$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Задача (продолжение):

Страна следует аналогичной стратегии:

- ▶ очевидно, стране необходимо 60 единиц оружия, даже, если страна Y не имеет его вообще
- ▶ на каждые 3 единицы боеприпасов, которыми, как предполагает страна, обладает страна Y , первая должна добавить еще по 1 единице
- ▶ таким образом, приходим к функции: $x = 60 + \frac{1}{3}x$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Задача (продолжение):

Страна следует аналогичной стратегии:

- ▶ очевидно, стране необходимо 60 единиц оружия, даже, если страна Y не имеет его вообще
- ▶ на каждые 3 единицы боеприпасов, которыми, как предполагает страна, обладает страна Y , первая должна добавить еще по 1 единице
- ▶ таким образом, приходим к функции: $x = 60 + \frac{1}{3}x$

КОМПЬЮТЕР-
НОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель
Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция
грызунов
Процесс
Ферхлюста
Выработка
древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование
в математике

Вычисление
интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

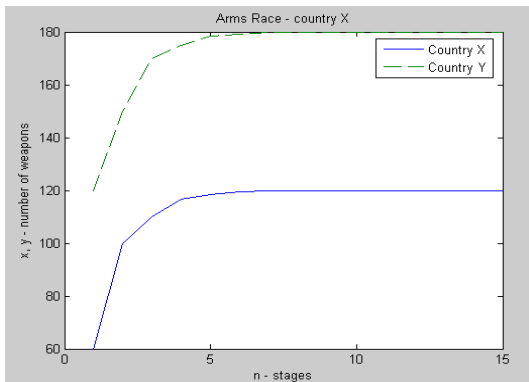
Фракталы
Транспортная
задача
Потеря частиц
Гонка вооружений

Задача (продолжение):

Страна следует аналогичной стратегии:

- ▶ очевидно, стране необходимо 60 единиц оружия, даже, если страна Y не имеет его вообще
- ▶ на каждые 3 единицы боеприпасов, которыми, как предполагает страна, обладает страна Y , первая должна добавить еще по 1 единице
- ▶ таким образом, приходим к функции: $x = 60 + \frac{1}{3}x$

На каждом этапе каждая страна регулирует свой арсенал в зависимости от арсенала врага на предыдущем этапе. Результатом моделирования данной ситуации будет график:


[← В начало](#)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Я. А. Долженко

Экология

Модель Лотки-Вольтерра
Окуни
Популяция грызунов
Процесс Ферхлюста
Выработка древесины

Физика

Падение тела
Осцилляторы
Теплопроводность
Движение точки

Моделирование в математике

Вычисление интегралов
Метод Зейделя

другие примеры

Фракталы
Транспортная задача
Потеря частиц
Гонка вооружений