

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

### УТВЕРЖДЕНО

Ученый совет факультета математики и  
информационных технологий

Протокол № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Председатель \_\_\_\_\_ А.С. Андреев  
(подпись, расшифровка подписи)

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина:	Стохастические модели, оценки и управление
	_____
Кафедра:	Информационные технологии
	_____ ( <u>ИТ</u> ) аббревиатура

Специальность (направление):

- 010501 – «Прикладная математика и информатика»

Дата введения в учебный процесс УлГУ:

01 сентября 2009 г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура ка- федры	Ученая степень, звание
Семущин И.В.	ИТ	Д.т.н., проф.

Заведующий кафедрой	
_____ / _____ / (ФИО) (Подпись)	
« _____ » _____ 200__ г.	

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

## **Цели и задачи изучения дисциплины**

Данный курс имеет своей целью заложить базовые знания и умения в области построения математических моделей детерминистских и стохастических объектов для систем обработки информации и управления; обеспечить глубокое понимание фундаментальных концепций в проблемах анализа таких моделей и синтеза систем оценки их состояния; привить практические навыки и способность разбираться в приложениях теории и подготовить студентов к освоению специального курса «Стохастическое оптимальное управление», а также к применению этих знаний и умений в дальнейшей учебе и практической деятельности.

В соответствии с этим в курсе изучаются основные методы построения и анализа математических моделей систем обработки информации и управления и методы оценки состояния объектов в условиях случайных воздействий и случайных помех наблюдения.

### **1. Требования к уровню освоения дисциплины**

В результате изучения этого курса студенты будут:

- иметь представление о том, как стохастические модели применяются к проблемам реального мира и как с их помощью решаются основные задачи оценивания и управления;
- знать структуру и фундаментальные свойства линейных моделей динамических систем – устойчивость, управляемость и наблюдаемость;
- уметь выводить и доказывать положения математической теории систем и систем управления, изучать предмет самостоятельно; использовать литературные источники; эффективно конспектировать материал и распоряжаться рабочим временем;
- обладать навыками аналитического и композитного мышления, позволяющими понимать реализацию и поведение стохастических моделей в непрерывном или дискретном времени;
- располагать опытом решения практических задач анализа моделей и синтеза алгоритмов оценивания их состояния по экспериментальным данным.

### **2. Объем дисциплины**

#### **3.1. Объем дисциплины и виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения – дневная)			
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам		
		7	8	9
Аудиторные занятия:	72	72		
Лекции	54	54		
практические и семинарские занятия	18	18		
лабораторные работы (лабораторный практикум)	0	0		
Самостоятельная работа	48	48		
Всего часов по дисциплине	120	120		

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Текущий контроль (количество и вид)	3 контрольные работы	3 контрольные работы		
Курсовая работа	0	0		
Виды промежу- точного контроля (экзамен, зачет)	экзамен	экзамен		

### 3.2. Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения – дневная

Название и разде- лов и тем	Всего	Виды учебных занятий			
		Аудиторные занятия			Самостоя- тельная ра- бота
		лекции	практические занятия, се- минар	лаборатор- ная работа	
<b>Раздел 1. Введение</b>					
1. Задачи курса стохастических мо- делей, оценок и управления.	4	4	0	0	0
<b>Раздел 2. Обзор операционного исчисления</b>					
2. Преобразование Лапласа.	7	2	3	0	2
3. Ряд и преобразо- вание Фурье.	4	2	0	0	2
4. Применения преобразования Лапласа.	4	2	0	0	2
5. Применение преобразования Фурье.	4	2	0	0	2
6. Дискретное пре- образование Лап- ласа.	4	2	0	0	2
7. Дискретное пре- образование Фурье.	4	2	0	0	2
<b>Раздел 3. Детерминистские модели систем</b>					
8. Динамические модели с непре- рывным временем.	10	2	6	0	2
9. Решение диффе- ренциальных урав- нений.	4	2	0	0	2
10. Системы при дискретных изме- рениях.	5	3	0	0	2
11. Устойчивость систем.	5	3	0	0	2

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

12. Управляемость и наблюдаемость систем.	14	4	6	0	4
<b>Раздел 4. Стохастические процессы и линейные динамические модели систем</b>					
13. Стохастические процессы.	5	2	0	0	3
14. Стационарные стохастические процессы.	7	4	0	0	3
15. Моделирование систем.	6	3	0	0	3
16. Моделирование случайных процессов.	5	2	0	0	3
<b>Раздел 4. Оценки состояния линейных моделей систем и управление</b>					
17. Задача оптимального оценивания.	4	2	0	0	2
18. Дискретный фильтр Калмана.	11	4	3	0	4
19. Статистические свойства внутренних процессов фильтра.	4	2	0	0	2
20. Другие варианты вывода алгоритма оптимальной фильтрации	4	2	0	0	2
21. Стохастическое управление.	5	3			2
Всего часов по темам и видам учебной работы					
Всего часов	120	54	18	0	48

### 3. Содержание курса

#### Раздел 1. Введение. (4 час)

Тема 1. Задачи стохастических моделей, оценок и управления. Обзор курса. Вводные концепции к калмановской фильтрации. Основные предположения. Простой пример: определение положения по измерениям.

#### Раздел 2. Обзор операционного исчисления (12 час)

Тема 2. Преобразование Лапласа (2 час). Определение, свойства. Теорема обращения.

Тема 3. Ряд и преобразование Фурье (2 час). Спектры: определения и классификация. Теоремы о спектрах.

Тема 4. Применения преобразования Лапласа (2 час). Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Характеристики "вход-выход" линейных динамических систем. Устойчивость.

Тема 5. Применение преобразования Фурье (2 час). Спектральный анализ детерми-

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

нистских сигналов. Представление функций с ограниченным спектром (теорема отсчетов). Связь между спектрами и характеристиками линейной системы.

Тема 6. Дискретное преобразование Лапласа (2 час).} Определение z-преобразования, D-преобразование. Свойства преобразований. Формулы разложения для рациональных функций. Обратное z-преобразование. Теоремы о свертках.

Тема 7. Дискретное преобразование Фурье (2 час). Определение ДПФ. Обратное ДПФ. Свойства. Взаимосвязь между ДПФ и непрерывным преобразованием Фурье. Взаимосвязь между ДПФ и рядами Фурье. О быстром преобразовании Фурье (БПФ).

### Раздел 3. Детерминистские модели систем (14 час).

Тема 8. Динамические модели с непрерывным временем (2 час). Описание в частотной области. Операторное описание: операторы Немыцкого, Урысона, Гаммерштейна, Ляпунова-Лихтенштейна и Вольтерра. Представление в пространстве состояний. Переход от одного описания к другому. Нелинейные модели состояния. Линеаризация моделей.

Тема 9. Решение дифференциальных уравнений (2 час). Линеаризованные уравнения. Связь переходной матрицы состояния, весовой матрицы и передаточной матрицы линейной стационарной системы.

Тема 10. Системы при дискретных измерениях (3 час). Решение линейных разностных уравнений. Уравнения в пространстве состояний. Получение дискретных моделей (уравнений состояния и передаточных матриц) непрерывных систем.

Тема 11. Устойчивость систем (3 час).} Устойчивость при нулевом входе нелинейных систем общего вида. Второй метод Ляпунова установления устойчивости нелинейных систем общего вида. Устойчивость при нулевом входе линейных моделей систем. Устойчивость при нулевом входе линейных инвариантных во времени моделей. Устойчивость при ограниченном входе для нелинейных систем общего вида. Устойчивость при ограниченном входе для линейных инвариантных во времени моделей.

Тема 12. Управляемость и наблюдаемость систем (4 час). Определения и теоремы о полной управляемости и полной наблюдаемости в линейных системах. Идентификация уравнений системы по ее передаточной матрице. Структурные схемы и канонические формы. Стандартная управляемая модель. Стандартная наблюдаемая модель. Каноническая структура многомерной системы. Обобщенный анализ свойств управляемости и наблюдаемости и декомпозиция системы на 4 части, полностью характеризующие эти свойства. Вырожденные системы.

### Раздел 4. Стохастические процессы и линейные динамические модели систем (11 час).

Тема 13. Стохастические процессы (2 час). Определение. Процессы с дискретным и непрерывным временем. Числовые характеристики: функция средних значений и ковариационная матрица, корреляционная матрица, взаимные характеристики. Многомерный гауссовский процесс.

Тема 14. Стационарные стохастические процессы (4 час). Спектральная плоскость мощности. Строго стационарные и стационарные в широком смысле процессы. Энергетический спектр стационарного в широком смысле процесса. Эргодические процессы. Широкополосный и узкополосный процессы. Понятие белого шума. Процессы с дискретным спектром. Спектральные представления стационарного процесса. Преобразование спектральной плотности мощности случайного процесса в линейной системе. Формирующий фильтр.

Тема 15. Моделирование систем (3 час). Цели и задачи. Классификация моделей. Белый гауссовский шум и броуновское движение. Три концепции сходимости: в среднеквадратическом, по вероятности и почти наверное. Стохастические интегралы. Стохастические

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

ческие дифференциалы. Линейные стохастические разностные уравнения. Полная модель системы (с формирующим фильтром и уравнением наблюдений).

Тема 16. Моделирование случайных процессов (2 час). Формирующие фильтры и расширение вектора состояния. Практическое построение моделей систем и процессов по эмпирическим данным.

**Раздел 5. Оценки состояния линейных моделей систем и управление (13 час).**

Тема 17. Задача оптимального оценивания (2 час). Постановка задачи. Оценки на основе байесовского критерия. Основные факты теории оптимального оценивания. Теорема Шермана.

Тема 18. Дискретный фильтр Калмана (4 час). Вывод этапа экстраполяции оценок по времени (между измерениями). Вывод этапа обновления оценок по измерениям.

Тема 19. Статистические свойства внутренних процессов фильтра (2 час). Свойства процесса ошибок и обновляющего процесса. Использование свойств обновляющего процесса для проверки гипотез о возможных нарушениях модели.

Тема 20. Другие варианты вывода алгоритма оптимальной фильтрации (2 час). Другие критерии оптимальности и другие способы получения алгоритма оптимальной фильтрации. Параметрическая оптимизация модели восстановления состояния. Фильтр Калмана в непрерывном времени.

#### **4. Темы практических или семинарских занятий**

Тема 1. Преобразование Лапласа (3 час). Доказательство свойств. Решение задач.

Тема 2. Применения преобразования Лапласа (2 час). Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Отыскание передаточных функций линейных динамических систем.

Тема 3. Дискретное преобразование Лапласа (3 час). Отыскание z-преобразования. Формулы разложения для рациональных функций. Обратное z-преобразование.

Тема 4. Динамические модели с непрерывным временем (6 час). Представление в пространстве состояний. Переход от одного описания к другому. Нелинейные модели состояния. Линеаризация моделей. Контрольная работа №1 на эту тему.

Тема 5. Управляемость и наблюдаемость систем (10 час). Определения и теоремы о полной управляемости и полной наблюдаемости в линейных системах. Идентификация уравнений системы по ее передаточной матрице. Структурные схемы и канонические формы. Стандартная управляемая модель. Стандартная наблюдаемая модель. Каноническая структура многомерной системы. Обобщенный анализ свойств управляемости и наблюдаемости и декомпозиция системы на 4 части, полностью характеризующие эти свойства. Вырожденные системы. Контрольная работа №2 на эту тему.

Тема 6. Моделирование случайных процессов (2 час). Формирующие фильтры и расширение вектора состояния.

Тема 7. Дискретный фильтр Калмана (6 час). Алгоритм этапа экстраполяции оценок по времени (между измерениями). Алгоритм этапа обновления оценок по измерениям.

Тема 8. Другие варианты вывода алгоритма оптимальной фильтрации (2 час). Параметрическая оптимизация модели восстановления состояния. Фильтр Калмана в непрерывном времени.

Весь фонд задач (их количество достаточно велико) сопровождается методическими указаниями по их решению, оформленными в виде приложения к рабочей программе – Учебное пособие «Семущин И. В., Цыганова Ю. В. Детерминистские модели динамических систем: Учеб. пособие для вузов – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – 78-с.». Оно выложено на сайте <http://www.ulsu.ru/staff/homepages/semushin/> и сдано в библиотеку УлГТУ.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

## 5. Лабораторные работы (лабораторный практикум)

Лабораторные работы по данному курсу не предусмотрены.

## 6. Тематика контрольных работ

**Контрольная работа №1:** Динамические модели с непрерывным временем. Представление в пространстве состояний. Переход от одного описания к другому. Декомпозиция системы – выделение полностью управляемой и полностью наблюдаемой части системы.

Типовое задание (ниже даются 42 варианта этого задания для студентов):

Дано описание системы в пространстве состояний:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

Требуется:

1. Построить эквивалентную модель в пространстве состояний (по 2 входу), в которой отделены переменные, образующие часть 1, — полностью управляемую и наблюдаемую.
2. Определить, к какой категории — с точки зрения свойств управляемости и наблюдаемости — относится другая часть переменных состояния.
3. Проиллюстрировать решение по пп. 1 и 2 блок-схемой или графом эквивалентной модели.

### Варианты задач для контрольной работы № 1

#### Вариант 1.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

#### Вариант 2.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -7 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 3.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -9 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 4.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -11 & -7 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 5.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -13 & -8 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 6.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & -15 & -9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 7.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -8 & -17 & -10 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

**Вариант 8.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -9 & -19 & -11 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

**Вариант 9.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -10 & -21 & -12 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

**Вариант 10.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -11 & -23 & -13 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

**Вариант 11.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -12 & -25 & -14 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

---

**Вариант 12.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -13 & -27 & -15 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

**Вариант 13.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -14 & -29 & -16 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 14.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & -31 & -17 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 15.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -16 & -33 & -18 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 16.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -17 & -35 & -19 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 17.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -18 & -37 & -20 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 18.**

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -19 & -39 & -21 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 19.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -20 & -41 & -22 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 20.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -21 & -43 & -23 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 21.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -22 & -45 & -24 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 22.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -23 & -47 & -25 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 23.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -49 & -26 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 24.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -25 & -51 & -27 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 25.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -26 & -53 & -28 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 26.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -27 & -55 & -29 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 27.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -28 & -57 & -30 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Вариант 28.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -29 & -59 & -31 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

**Вариант 29.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -30 & -61 & -32 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 30.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -31 & -63 & -33 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 31.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -32 & -65 & -34 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 32.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -33 & -67 & -35 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 33.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -34 & -69 & -36 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

**Вариант 34.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -35 & -71 & -37 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 35.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -36 & -73 & -38 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 36.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -37 & -75 & -39 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 37.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -38 & -77 & -40 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 38.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -39 & -79 & -41 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

**Вариант 39.**

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -40 & -81 & -42 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$


---

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

### Вариант 40.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -41 & -83 & -43 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

### Вариант 41.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -42 & -85 & -44 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

### Вариант 42.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -43 & -87 & -45 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [ 1 \ 1 \ 0 ] x(t)$$

**Контрольная работа №2:** Определение свойств полной управляемости и полной наблюдаемости заданной вырожденной системы. Идентификация уравнений системы по ее передаточной функции. Структурные схемы. Стандартная управляемая модель. Стандартная наблюдаемая модель. Каноническая модель многомерной системы. Анализ свойств управляемости и наблюдаемости всех указанных вариантов моделирования системы. Обоснование математической модели, эквивалентной заданной системе.

Типовое задание:

Дана линейная динамическая система, состоящая из двух последовательно соединенных элементов. Элементы характеризуются их передаточными функциями  $G_1(s)$  и  $G_2(s)$ . Для описания системы используются следующие физические переменные: входной управляющий сигнал  $u(t)$ , промежуточный сигнал между элементами  $y(t)$  и выходной сигнал  $z(t)$ .

Имеются четыре варианта соединения элементов системы, что определяет так называемую *физическую модель* (ФМ):

*Вариант 1:* входной элемент – блок  $G_1(s)$ , выходной элемент – блок  $G_2(s)$ .

*Вариант 2:* входной элемент – блок  $G_2(s)$ , выходной элемент – блок  $G_1(s)$ .

*Вариант 3:* входной элемент – блок  $G_2(s)$ , выходной элемент – параллельное соединение двух блоков, являющихся элементами разложения на простые дроби функции  $G_1(s)$ .

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

*Вариант 4:* входной элемент – параллельное соединение двух блоков, являющихся элементами разложения на простые дроби функции  $G_1(s)$ , выходной элемент – блок  $G_2(s)$ .

Варианты контрольной работы приведены в следующей таблице (по списку группы студентов):

№ варианта	Вариант соединения элементов	Варианты построения ФМ
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	1
5	1	2
6	2	3
7	3	1
8	4	2
9	1	3
10	2	1
11	3	2
12	4	3
13	1	1
14	2	2
15	3	3
16	4	1
17	1	2
18	2	3
19	3	1
20	4	2
21	1	3
22	2	1
23	3	2
24	4	3

Требуется в срок до 22 декабря сдать на проверку (для допуска к зимней сессии) письменную работу с решением следующих задач по этому контрольному заданию:

1. Построить модель состояния и модель наблюдения, использующую физические переменные системы (физическую модель – ФМ). Построение физической модели вести по следующим вариантам:

- Вариант 1: На основе стандартной управляемой модели (СУМ).
- Вариант 2: На основе стандартной наблюдаемой модели (СНМ).
- Вариант 3: На основе канонической (КМ).

2. Определить  $z(t)$  как общее решение соответствующего дифференциального уравнения, выписать его в явном виде.

3. Определить, обладает ли физическая модель свойствами полной управляемости и полной наблюдаемости. При каких условиях эти свойства, а также свойство устойчивости, могут быть утрачены?

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

4. Построить три математические модели, отвечающие данной системе:

- стандартную управляемую модель,
- стандартную наблюдаемую модель, и
- каноническую модель.

Для каждой модели проанализировать свойства полной управляемости и полной наблюдаемости.

5. Построить модель в пространстве состояний, эквивалентную данной системе, в которой полностью управляемая и полностью наблюдаемая часть отделена от остальной части.

6. По результатам проделанной работы сформулировать выводы, которые Вам представляются общезначимыми для задач построения математических моделей реальных динамических систем.

7. Дать развернутые ответы на следующие контрольные вопросы:

- каким образом свойства управляемости, наблюдаемости и устойчивости системы проявляются в  $z(t)$ ?

- как найти, пользуясь общим решением  $z(t)$ , импульсную переходную характеристику и передаточную функцию системы?

- можно ли построить каноническую модель, полностью эквивалентную данной системе, и если “да”, то как это сделать?

- какой смысл заключен в терминах “стандартная управляемая” и “стандартная наблюдаемая” модель?

- какие условия эксперимента нужно предположить, чтобы наблюдения входа  $u(t)$  и выхода  $z(t)$  системы с известной передаточной функцией не давали возможности обнаружить вырожденность системы, то есть наличие в системе неуправляемой и/или ненаблюдаемой части?

*Примечания:*

1. Контрольную работу необходимо сдать до 22 декабря в отдельной тетради. Кроме этого, на последнем семинаре нужно сдать на проверку тетрадь с полным решением всех домашних (самостоятельно выполненных) заданий, выбранных, в частности, из раздела “Самостоятельная работа”.

2. Результаты проверки Контрольной работы № 1, Контрольной работы № 2 и Домашних заданий непосредственно влияют на итоговую (экзаменационную) оценку по данному курсу.

**Контрольная работа №3:** Запись системы дифференциальных уравнений, моделирующих состояние заданной стохастической системы. Запись дискретной модели состояния. Запись уравнений оптимального оценивания состояния в дискретном времени. Задачи для этой контрольной работы берутся из пособия [Семушин И. В., Цыганова Ю. В. Стохастические модели, оценки и управление. Лабораторный практикум – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 42 с.](#)

## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

В начале семестра студенты получают Таблицы соответствий по преобразованию Лапласа, которые они должны доказать самостоятельно. Кроме того, для самостоятельного доказательства оставлены теоремы об управляемости и наблюдаемости для дискретных систем, — рекомендуется проводить эти доказательства по аналогии с тем, как это делается на лекциях для непрерывных систем.

Задание 1. Доказать соответствия «оригинал–изображение» по Лапласу, приведенные в следующей Табл. 1, применяя теоремы о свойствах прямого преобразования Лапласа.

Таблица 1. Соответствие «оригинал–изображение» по Лапласу			
$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$e^{at} \sin(\omega t + \varphi)$	$\frac{\omega \cos \varphi + (s - a) \sin \varphi}{(s - a)^2 + \omega^2}$
$\delta(t)$	1	$e^{at} \cos(\omega t + \varphi)$	$\frac{(s - a) \cos \varphi - \omega \sin \varphi}{(s - a)^2 + \omega^2}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s - a}$	$t$	$\frac{1}{s^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s - a)^{n+1}}$
$\text{sh } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$	$t \sin \omega t$	$\frac{2s\omega}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$\text{ch } \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$	$t \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$	$t \text{ sh } \omega t$	$\frac{2s\omega}{(s^2 - \omega^2)^2}$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$	$t \text{ ch } \omega t$	$\frac{s^2 + \omega^2}{(s^2 - \omega^2)^2}$

Задание 2. Доказать соответствия «изображение–оригинал» по Лапласу, приведенные в следующей Табл. 2, применяя теоремы о свойствах обратного преобразования Лапласа.

Табл. 2 помещена на следующей странице.

Задание 3. Доказать соответствия «изображение–оригинал» по Лапласу, приведенные в следующей Табл. 3, применяя теоремы о свойствах обратного преобразования Лапласа.

Табл. 3 помещена далее на следующей странице после Табл.2.

Таблица 2. Оригиналы для дробно-рациональных изображений

$F(s)$	$f(t)$
$\frac{1}{s-a}$	$e^{at}$
$\frac{1}{1+\tau s}$	$\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{s(s-a)}$	$\frac{1}{a} (e^{at} - 1)$
$\frac{1}{(s-a)^2}$	$te^{at}$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$
$\frac{b+cs}{s(s-a)}$	$-\frac{b}{a} + \left(c + \frac{b}{a}\right) e^{at}$
$\frac{s}{(s-a)^2}$	$(1+at)e^{at}$
$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$	$\frac{ae^{at} - be^{bt}}{a-b}$
$\frac{b+cs}{s^2+a^2}$	$c \cos at + \frac{b}{a} \sin at$
$\frac{1}{s^2+as+b}$	$\frac{1}{\sqrt{\Delta}} e^{-\frac{at}{2}} \sin \sqrt{\Delta} t$
если $\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} > 0$ , то	$\frac{1}{\sqrt{-\Delta}} e^{-\frac{at}{2}} \operatorname{sh} \sqrt{-\Delta} t$
если $\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} < 0$ , то	$te^{-\frac{at}{2}}$
если $\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} = 0$ , то	
$\frac{b+cs}{s^2-a^2}$	$c \operatorname{ch} at + \frac{b}{a} \operatorname{sh} at$



Таблица 3. Оригиналы для дробно-рациональных изображений

$F(s)$	$f(t)$
$\frac{1}{s^2(s-a)}$	$\frac{1}{a^2}(e^{at} - 1 - at)$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)^2}$	$\frac{e^{at} - [1 + (a-b)t]e^{bt}}{(a-b)^2}$
$\frac{1}{(s-a)(s-b)(s-c)}$	$\frac{e^{at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{bt}}{(a-b)(c-b)} + \frac{e^{ct}}{(a-c)(b-c)}$
$\frac{1}{(s-a)^3}$	$\frac{1}{2}t^2 e^{at}$
$\frac{s}{(s-a)(s-b)^2}$	$\frac{ae^{at} - [a + b(a-b)t]e^{bt}}{(a-b)^2}$
$\frac{s}{(s-a)(s-b)(s-c)}$	$\frac{ae^{at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{be^{bt}}{(a-b)(c-b)} + \frac{ce^{ct}}{(a-c)(b-c)}$
$\frac{s}{(s-a)^3}$	$\left(t + \frac{1}{2}at^2\right) e^{at}$
$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^2}(1 - \cos at)$
$\frac{1}{s(s^2 - a^2)}$	$\frac{1}{a^2}(\operatorname{ch} at - 1)$
$\frac{s}{s^2 + as + b}$	<p>если <math>\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} &gt; 0</math>, то <math>e^{-\frac{at}{2}} \left( \cos \sqrt{\Delta}t - \frac{a}{2\sqrt{\Delta}} \sin \sqrt{\Delta}t \right)</math></p> <p>если <math>\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} &lt; 0</math>, то <math>e^{-\frac{at}{2}} \left( \operatorname{sh} \sqrt{-\Delta}t - \frac{a}{2\sqrt{-\Delta}} \operatorname{sh} \sqrt{-\Delta}t \right)</math></p> <p>если <math>\Delta = b^2 - \frac{a^2}{4} = 0</math>, то <math>e^{-\frac{at}{2}} \left( 1 - \frac{at}{2} \right)</math></p>

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

## 7. Вопросы экзамена

1. Определение и теорема существования преобразования Лапласа.
2. Свойства преобразования Лапласа: теоремы линейности, подобия, затухания, запаздывания, и дифференцирования функции по параметру. Примеры применения теорем.
3. Свойства преобразования Лапласа: теорема дифференцирования оригинала, определение дельта-функции Дирака, два следствия из этой теоремы, примеры применения.
4. Свойства преобразования Лапласа: теоремы интегрирования оригинала, дифференцирования изображения, интегрирования изображения. Примеры применения теорем.
5. Свойства преобразования Лапласа: понятие свертки функций во временной области и теорема умножения изображений. Свертка в комплексной области и теорема умножения оригиналов (без доказательства). Примеры применения теорем.
6. Свойства преобразования Лапласа: определение вычета, основная теорема о вычетах, нахождение вычета относительно простого и кратного полюса. Теорема обращения (без доказательства). Теорема разложения для дробно-рациональных изображений (три частных случая: полюсы простые, кратные или один нулевой). Примеры.
7. Применение преобразования Лапласа к решению линейных дифференциальных уравнений. Понятия: передаточной функции, импульсной переходной характеристики, переходной характеристики.
8. Определения типов моделей систем: модели динамические / статические, линейные / нелинейные, детерминистские, сосредоточенные / распределенные, конечномерные параметрические / функциональные. Модели в пространстве состояний и в частотной области. Неединственность типовых (стандартных или канонических) моделей в пространстве состояний, – пример со стандартной наблюдаемой моделью или иной.
9. Синтез стандартной управляемой модели по передаточной функции. Определение ее свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости.
10. Синтез стандартной наблюдаемой модели по передаточной функции. Определение ее свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости.
11. Синтез канонической модели по передаточной функции в случае простых полюсов. Определение ее свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости. Граф или блок-схема. Способы перехода к такой модели от любой другой.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

12. Синтез канонической модели по передаточной функции в случае кратных полюсов. Определение ее свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости. Граф или блок-схема.
13. Синтез канонической модели по передаточной функции в случае комплексно-сопряженных полюсов. Определение ее свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости. Граф или блок-схема.
14. Модели с многими входами и выходами в пространстве состояний: инвариантные к сдвигу по времени, переменные во времени, нелинейные. Вывод уравнения возмущенного движения. Пример.
15. Решение линейных уравнений состояния с переменными параметрами в непрерывном и в дискретном времени.
16. Решение линейных уравнений состояния с постоянными параметрами в непрерывном и в дискретном времени.
17. Управляемость. Теорема о полной управляемости непрерывных систем. Следствие и критерий полной управляемости систем с постоянными параметрами в непрерывном времени.
18. Управляемость. Теорема о полной управляемости дискретных систем. Следствие и критерий полной управляемости систем с постоянными параметрами в дискретном времени.
19. Наблюдаемость. Теорема о полной наблюдаемости непрерывных систем. Следствие и критерий полной наблюдаемости систем с постоянными параметрами в непрерывном времени.
20. Наблюдаемость. Теорема о полной наблюдаемости дискретных систем. Следствие и критерий полной наблюдаемости систем с постоянными параметрами в дискретном времени.
21. Обобщенный анализ свойств полной управляемости и наблюдаемости. Четыре части системы при таком анализе. Сравнение полноты описаний в пространстве состояний и в частотной области.
22. Стохастические процессы (СП): основные определения. Характеризация СП. Независимость, некоррелированность и стационарность для СП.
23. Построение дискретных моделей непрерывных систем. Вывод в пространстве переменных состояния.
24. Построение дискретных моделей непрерывных систем. Вывод в частотной области ( $z$ -преобразование).
25. Построение алгоритма калмановской фильтрации в дискретном времени — экстраполяция по времени оценок и ковариаций.
26. Построение алгоритма калмановской фильтрации в дискретном времени — обновление по измерениям оценок и ковариаций.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

27. Процесс броуновского движения, его характеристики и свойства траекторий.
28. Процесс гауссового белого шума, его формальное определение и свойства.
29. Стохастические интегралы.
30. Стохастические дифференциалы.
31. Линейные стохастические дифференциальные уравнения – решение.
32. Линейные стохастические дифференциальные уравнения – свойства решения.

Примечание: В каждом учебном году формулировки вопросов экзамена могут быть несколько различными.

## 8. Критерии оценки учебной работы студента

### Общее правило:

- Оценка работы студента есть взвешенное среднее посещаемости (А), домашней работы (Н) и экзаменов (Е), где под "экзаменами" (см. подробнее ниже) понимается учет не только финального экзамена (во время сессии), но и контрольных работ в течение семестра:

#### 5 % - посещаемость

*Этот вес действует только в случае, если студент посещает занятия. Если студент пропускает занятия, этот вес прогрессивно возрастает (см. разд. **Посещаемость**). Студент может получить "неудовлетворительно" исключительно в результате низкой посещаемости !*

#### 30 % - домашняя работа

#### 65 % - экзамены

Таким образом, финальная оценка (FG) вычисляется по правилу:

$$FG = 0.05 A + 0.30 H + 0.65 E,$$

где каждая составляющая:

A = посещаемость,

H = домашняя работа,

E = экзамены

выражается целым числом от 0 до 100 баллов.

- Эта итоговая оценка затем отображается на стандартную шкалу оценок:

83 – 100 = "отлично"

70 – 82 = "хорошо"

56 – 69 = "удовлетворительно"

0 – 55 = "неудовлетворительно"

Пример 1:

Иван С. Студент имеет следующие баллы:

$$A = 90, H = 87, E = 83.$$

Тогда  $0.05 \times 90 + 0.30 \times 87 + 0.65 \times 83 = 84.6$ .

Следовательно, Иван заработал "отлично".

## Посещаемость

- Каждое учебное занятие, в том числе лекция, начинается с росписи студента в явочном листе. Поставить свою роспись – личная ответственность студента. Отсутствие росписи означает отсутствие студента на занятии. Чтобы отсутствие студента было расценено как уважительное, студент должен известить об этом преподавателя своевременно (т.е. в течение одной недели до или после занятия). Приемлемая форма предупреждения – телефонное сообщение на рабочий телефон (секретарю кафедры) или записка преподавателю (через секретаря кафедры).
- Оценка студента за посещаемость будет определяться по следующей таблице:

Число неуважительных пропусков *	Балл	Вклад в итоговую оценку
0	100	+5
1	90	+4.5
2	50	+2.5
3	0	+0
4	-50	-2.5
5	-100	-5
6	-150	-7.5
7	-200	-10
8	-400	-20
9	-600	-30
10	-800	-40

- При числе **неуважительных** пропусков выше девяти у студента нет практического шанса получить положительную итоговую оценку за весь курс.  
\* Неуважительный пропуск есть пропуск занятия, который не связан с болезнью, с семейной утратой или с факультетским мероприятием.
- Студент может иметь максимум 8 уважительных пропусков. После этого **все пропуски считаются неуважительными !**

Если спортсмену необходимо пропустить занятие по уважительной причине, его тренеру следует известить об этом преподавателя заранее в письменной форме. Если студент болен, он должен позвонить на кафедру, чтобы преподавателя об этом известили. Пропуск будет неуважительным, если преподавателя не известят в течение одной недели отсутствия студента. Предпочтительно, чтобы студент оставлял телефонное сообщение или передавали записку секретарю кафедры, нежели сообщал преподавателю лично о своих пропусках. Сообщение должно содержать номер группы, день и время пропускаемого занятия, название предмета и, конечно, имя и фамилию студента.

Пример 2:

Студент Петр П. имеет следующие баллы:

$$A = -100, H = 100, E = 100.$$

(он допустил 5 неуважительных пропусков).

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Тогда  $FG = 0.05 \times (-100) + 0.30 \times 100 + 0.65 \times 100 = 90$ .

Следовательно, Петр П. заработал "отлично". Если же он при этом допустил 10 неуважительных пропусков, то тогда его  $A = -800$  и, соответственно

$$FG = 0.05 \times (-800) + 0.30 \times 100 + 0.65 \times 100 = 55.$$

Петр П. получает  $FG = 55$  и, соответственно, оценку "неудовлетворительно".

*Студентам надо иметь в виду, что оценки зарабатываются !*

### Домашняя работа

- Студенту будет предложен ряд домашних заданий, которые – по нашему предположению – он выполнит и сдаст. Баллы за отдельные задания складываются и тем самым образуют  $H$ , т.е. оценку за этот вид учебной работы студента. Любая сдача домашнего задания позже установленного срока повлечет уменьшение оценки  $H$  на 10 баллов. За каждое невыполненное задание в  $H$  поступает 0.
- По данному курсу домашние задания представляют собой задания на решение задач, указанных выше в разделе «Самостоятельная работа» и также задач глав 1 и 2, включенных в учебное пособие «Семущин И. В., Цыганова Ю. В. Детерминистские модели динамических систем: Учеб. пособие для вузов – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – 78 с.». Максимальное количество баллов  $H$ , которое можно заработать за всю домашнюю работу, составляет 100. Эти 100 баллов мы разделяем определенным образом между общим числом выданных домашних заданий.

Преподаватель, ведущий практические занятия в классе, назначит сроки сдачи домашних работ и на каждом занятии всегда с готовностью поможет студенту, если тот ясно сформулировал те конкретные вопросы, которые у него возникли дома. Преподаватель поможет студенту и всей аудитории, когда студент будет рассказывать, как он понимает и как дома решает ту или иную задачу.

### Экзамены

- Оценка за экзамены, т.е. величина  $E$  в составе финальной оценки, определяемой по формуле

$$FG = 0.05 A + 0.30 H + 0.65 E,$$

будет определена как равномерно взвешенное среднее результатов письменных контрольных работ в течение семестра и устного ответа на экзамене во время экзаменационной сессии. При том, что контрольные работы письменно проверяют умение студента решать задачи, устный экзамен есть всеобъемлющая проверка знания основных положений теории, умения доказывать эти положения и делать из них логические выводы. В совокупности, эти (письменная и устная) части экзамена покрывают весь учебный курс. Для этого мы проводим три контрольные работы за семестр.

- Контрольные работы, проводимые в классе, будут объявлены студентам заранее – не позднее, чем за неделю. Если студент собирается пропустить контрольную работу (это должен быть уважительный пропуск), преподаватель предпочтет, чтобы студент написал эту работу раньше назначенного срока. Если студент не сможет написать контрольную работу до назначенного срока, то он должен принять все меры к тому, чтобы написать ее в течение недели после контрольного срока. По ис-

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

течении недели после этого студент получите ноль. Студент также получите ноль за неуважительный пропуск контрольной работы.

Мы переписываем и заменяем некоторые задания или делаем небольшие вариации в постановке экзаменационных вопросов по сравнению с теми, которые опубликованы в этой рабочей программе (или на web сайте). Об этом будет объявлено за две недели до контрольных работ и финального экзамена.

## 9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература:

1. Mohinder S. Grewal, Agnus P. Andrews. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Second Edition. John Wiley and Sons Inc., 2001. ISBNs: 0-471-39254-5 (Hardback), 0-471-26638-8 (Electronic).
2. Семушин И. В., Цыганова Ю. В. Детерминистские модели динамических систем: Учеб. пособие для вузов – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – 78 с.
3. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1989. – 447 с.
4. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

#### Дополнительная литература:

1. Балакришнан А. В. Теория фильтрации Калмана. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
2. Острем К. Ю. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973. – 322 с.
3. Девис М. Х. А. Линейное оценивание и стохастическое управление. – М.: Наука, 1984. – 206 с.
4. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. – М.: Наука, 1985. – 296 с.
5. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. – М.: Наука, 1966. – 176 с.
6. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред. К. Т. Леондеса. – М.: Мир, 1980. – 408 с.
7. Калман Р., Фалб М., Арбиб. Очерки математической теории систем. – М.: Мир, 1971. – 400 с.
8. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. – М.: Наука, 1971 – 424 с.
9. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое управление и современная теория управления. – М.: Наука, 1969. – 118 с.
10. Фомин В. Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. – М.: Наука, 1984. – 286 с.
11. Семушин И. В. Адаптивные схемы идентификации и контроля при обработке случайных сигналов. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1985. – 180 с.
12. Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. – М.: Наука, 1966. – 416 с.
13. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 683 с.
14. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
15. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 246 с.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

16. Уонэм. Линейные многомерные системы управления. – М.: Наука, 1980. – 375 с.
17. Пугачев В. С., Казаков И. Е., Евланов Л. Г. Основы стохастической теории автоматических систем. – М.: Наука, 1980. – 375 с.