ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Программа *CLASSiC* для анализа и синтеза систем управления

Общие сведения о программе

Программа ***CLASSiC*** (***C****omplex* ***L****inear* ***A****nalysis and* ***S****tructure* ***S****ynthesis* ***i****n* ***C****ontrol*), версия 1.5 для персональных компьютеров класса IBM PC позволяет строить математические модели, анализировать и синтезировать линейные системы управления со сложной структурой, представленные в форме структурных схем.

Основными особенностями программы являются:

- ориентация на методы классической теории автоматического управления;
- максимальная графичность отображения структур систем и характеристик;
- непосредственный и быстрый расчет характеристик систем по их структурному представлению;
- тесное взаимодействие процедур построения и редактирования моделей, анализа и синтеза;
- удобство исследования влияния вариаций элементов на характеристики систем в целом.

Пользователь этой относительно небольшой по объему программы избавляется от рутинных операций и получает возможность сосредоточиться на содержательных задачах расчета систем управления. Благодаря отсутствию вспомогательных операций в программе значительно сокращено "расстояние" между режимами редактирования моделей и отображения на экране результатов вычислений.

Программа имеет иерархическую систему MENU, а также общий и контекстно-зависимый HELP.

Программа *CLASSiC* может работать в двух режимах:

- диалоговый (основной);
- демонстрационный.

Программу можно эксплуатировать на компьютерах класса IBM *PC*, снабженных графическими картами EGA, VGA, Hercules. Целесообразно оснащение компьютеров математическим сопроцессором. Операционная система MS DOS, версии 3.2 и выше. Программа написана на языке С.

Версия 1.5 предназначена для расчета систем первого уровня причинно-следственной интеграции в форме С-графов (подразд.1.4). При разработке программы основное внимание уделено системам со сложной структурой, теоретико-графовым формам их описания [7, 13, 22] и алгоритмам их расчета [2, 5, 8, 12, 15, 16, 17].

Основные правила работы с программой

Для управления программой *CLASSiC* в основном используются система меню и функциональные клавиши. Независимо от контекста перечисленные ниже клавиши выполняют одни и те же функции:

<F1> - HELP программы; при повторном нажатии этой клавиши на экран выводится информация о способе пользования HELP (HELP on HELP);

<F10> - активизация системы меню;

<Esc> - возврат в предыдущее состояние программы.

Ниже приведено описание работы с версией 1.5 программы *CLASSiC* в следующих основных режимах:

- ввод/редактирование;
- анализ;
- оптимизация;
- частотный синтез.

Организация программы иллюстрируется на рис.П1.1.

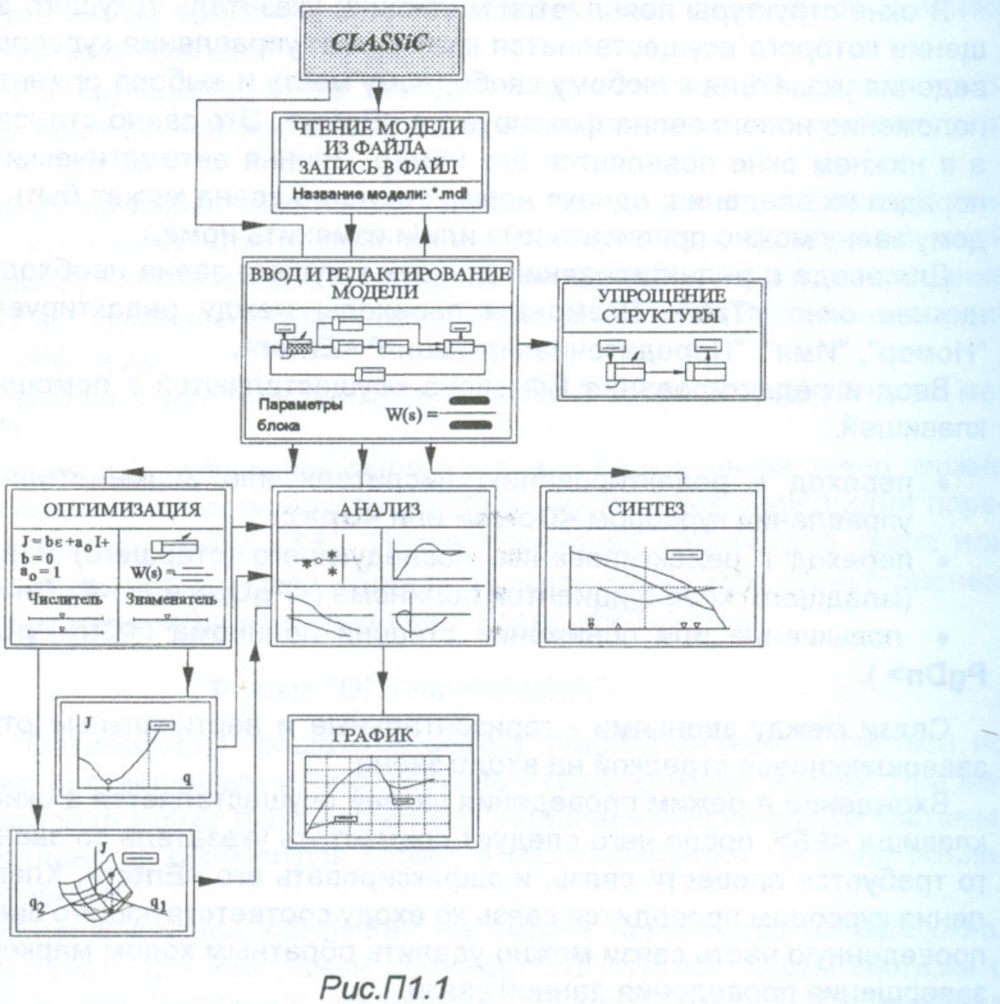


Рис.П1.1

Ниже дано краткое описание основных режимов работы программы.

Режим “ВВОД / РЕДАКТИРОВАНИЕ”

Построение и редактирование моделей осуществляется как процедура рисования структурной схемы (диаграммы С-графа) системы, т.е. путем размещения звеньев и проведения ориентированных связей между ними.

После вызова программы *CLASSiC* при нажатии любой клавиши (кроме **<F1>** - Help, **<F10>** - меню, **<Esc>** - возвращение в предыдущее состояние) пользователь входит в данный режим. Ему предлагается либо чтение из файла ранее введенной модели, либо ввод новой модели. В первом случае следует напечатать имя файла (предварительно удалив символ * - **<Backspace>**), либо вывести каталог моделей **<Enter>**. После выбора имени модели (стрелками управления курсором) на экране появится изображение структуры выбранной модели, а пользователь оказывается в режиме редактирования.

В режиме "Ввод/Редактирование" на экране имеются два окна: верхнее - структуры системы (топологии) и нижнее - текущего звена; между окнами возможен циклический переход **<Tab>** .

В окне структуры появляется мигающий указатель текущего звена, перемещение которого осуществляется клавишами управления курсором. После подведения указателя к любому свободному месту и выбора ориентации **<Space>** положение нового звена фиксируется **<Enter>.** Это звено становится текущим, а в нижнем окне появляется его номер. Звенья автоматически нумеруются в порядке их введения, однако номер текущего звена может быть изменен. Каждому звену можно приписать имя или/и изменить номер.

Для ввода и редактирования данных текущего звена необходимо перейти в нижнее окно **<Tab>.** Возможны переходы между редактируемыми полями: "Номер", "Имя", "Передаточная функция" **<Enter>.**

Ввод и редактирование ПФ звена осуществляются с помощью следующих клавишей:

- переход к редактированию числителя или знаменателя ПФ (стрелки управления курсором **<Down>** или **<Up>**);
- переход к редактированию последующего (старшего) или предыдущего (младшего) коэффициентов полинома (**<PgUp>** или **<PgDn>**);
- повышение или понижение степени полинома (**<Ctrl-PgUp>** или **<Ctrl-PgDn>**).

Связи между звеньями - горизонтальные и вертикальные отрезки прямых, завершающиеся стрелкой на входе звена.

Вхождение в режим проведения связей осуществляется в окне структуры по клавише **<F5>,** после чего следует совместить указатель со звеном, из которого требуется провести связь, и зафиксировать его **<Enter>.** Клавишами управления курсором проводится связь ко входу соответствующего звена. Ошибочно проведенную часть связи можно удалить обратным ходом маркера до момента завершения проведения данной связи.

Для удаления любого текущего звена вместе со связями следует нажать **<Del>**. Отдельная связь удаляется в режиме **<Ctrl-F5>** после совмещения мигающего маркера с любой точкой связи и нажатия **<Enter>**.

Для назначения входа (выхода) системы указатель текущего звена совмещается с входным (выходным) звеном и нажимается клавиша **<F7>** (**<F8>**). Любое звено может быть объявлено варьируемым **<F6>**. Размеры рисунка не ограничиваются полем экрана; при достижении границ окна рисунок автоматически смещается. Размер рисунка можно увеличивать или уменьшать **<Grey+>** или **<Grey>-**.

Режим "АНАЛИЗ"

Переход в режим осуществляется по **<F9>**. После завершения процессов расчета ПФ и характеристик системы по выбранной паре "вход-выход" на экране появляются четыре окна с характеристиками. Любой из графиков может быть выведен на полный экран: размещение нулей и полюсов на комплексной плоскости **<Home>**; логарифмические ЧХ **<End>**; переходная характеристика **<PgUp>**; амплитудно-фазовая ЧХ **<PgDn>**.

Передаточная функция системы выводится при нажатии **<F3>**. Для просмотра коэффициентов полиномов числителя и знаменателя используются стрелки - **<PgUp>** , **< PgDn>**.

При отображении характеристики на полном экране имеются дополнительные возможности ее изучения и количественной оценки: оцифровка значений абсцисс и ординат любой точки **<F3>**; выделение фрагмента и редактирование диапазонов **<F4>**; удвоение числа рассчитанных точек **<F5>**; введение координатной сетки **<F6>** и др.

Возможен анализ характеристик любого звена (соответствующий пункт меню "Расчеты").

В режиме "Анализ", если ранее было помечено варьируемое звено, можно исследовать изменение характеристик системы, вызванных вариациями параметров или структуры звена **<F5>**. После изменения параметров звена или структуры и параметров звена по **<Enter>** на экран выводятся характеристики номинальной ("исходной") и варьированной ("текущей") систем.

Режим "ОПТИМИЗАЦИЯ"

В режиме "Оптимизация" решаются задачи параметрического синтеза по функционалам, составленным из интегральных квадратичных оценок. При желании в функционал может быть добавлена установившаяся ошибка системы. Звено, в пространстве параметров которого оптимизируется система, объявляется варьируемым.

После нажатия клавишей **<Shift-F9>** на экране появляются четыре окна: "Структура системы", где изображен фрагмент структурной схемы системы с варьируемым звеном; "Критерий", где приведен вид обобщенного функционала и поле для задания его весовых коэффициентов; "Числитель" и "Знаменатель", где назначаются варьируемые коэффициенты полиномов числителя и/или знаменателя ПФ варьируемого звена и задаются границы диапазонов их изменения в процессе оптимизации. Переход между активными окнами экрана осуществляется циклически **<Tab>**, а переходы между полями коэффициентов - стрелками.

Варьируемые коэффициенты полиномов ПФ помечаются клавишей **<F3>**; исключение коэффициента из числа варьируемых **<Ctrl-F3>**.

В режиме "Оптимизация" предусмотрена процедура "Сечения", использование которой позволяет получить на экране график зависимости функционала от значений варьируемых параметров системы. Если назначен один варьируемый параметр, то зависимость представляется графиком на плоскости. При двух варьируемых параметрах программа выводит на экран поверхность в трехмерном пространстве. Если число варьируемых параметров более двух, то, поочередно фиксируя некоторые из них, можно получать на экране различные сечения многомерной поверхности. В любой точке поверхности, указанной маркером, можно провести анализ соответствующей текущей системы **<F9>**.

Поскольку при построении поверхности отклика отображаются только точки, принадлежащие области устойчивости, границы последней хорошо видны на экране.

Может быть получен график кривой или поверхности, где помечается глобальный минимум функционала качества.

Границы параметров по умолчанию устанавливаются в 1000 раз меньше и больше начального значения, а диапазоны делятся на 20 интервалов в логарифмическом масштабе. Границы могут редактироваться пользователем. Перемещая маркер, можно выбрать любую точку и провести анализ соответствующей текущей системы <**F9**>.

Поверхность может быть отображена в любом ракурсе, причем вид сверху дает области устойчивости на плоскости параметров. Здесь выясняется существование решения задачи синтеза.

Программа позволяет автоматически найти минимум функционала <**F5**>. В процессе оптимизации на экран выводятся начальное и текущее значения функционала, а также текущие значения варьируемых параметров.

Режим "ЧАСТОТНЫЙ СИНТЕЗ"

В этом режиме решаются задачи формирования желаемых ЧХ следящих систем или систем стабилизации неустойчивых (сильно колебательных) объектов, а также определяются ЧХ и ПФ звеньев коррекции.

Звено коррекции необходимо объявить варьируемым. На первой итерации синтеза начальный оператор звена коррекции целесообразно задать $W_K(s)$ = 1/1 (для последовательной коррекции) или $W_K(s)$ = 0/1 (для коррекции местной обратной связью).

После нажатия клавишей **<Alt-F9>** на экране отображаются ЛАЧХ разомкнутых исходной и текущей систем, фазовая ЧХ текущей системы и ЛАЧХ звена коррекции.

В качестве основного приема изменения ПФ и ЧХ системы с целью получения желаемых характеристик используется домножение ее ПФ в разомкнутом состоянии на элементарные роператоры: (s+a)/s; s/(s+a); (s+a)/a; a/(s+a) с ЛАЧХ, показанными на рис.П1.2. Перемещая маркер частоты вдоль исходной ЛАЧХ и устанавливая его в выбранную точку, до или после которой должен быть изменен наклон асимптоты ЧХ, нажимаем клавишу **<Home>/<End>** (изменяются наклоны всех асимптот левее выбранной точки) или **<PgUp>/<PgDn>** (изменяются наклоны асимптот правее этой точки). В процессе формирования желаемой ЛАЧХ на оси частот отображаются вводимые в ПФ исходной системы нули и/или полюсы (см.рис.П1.2.).

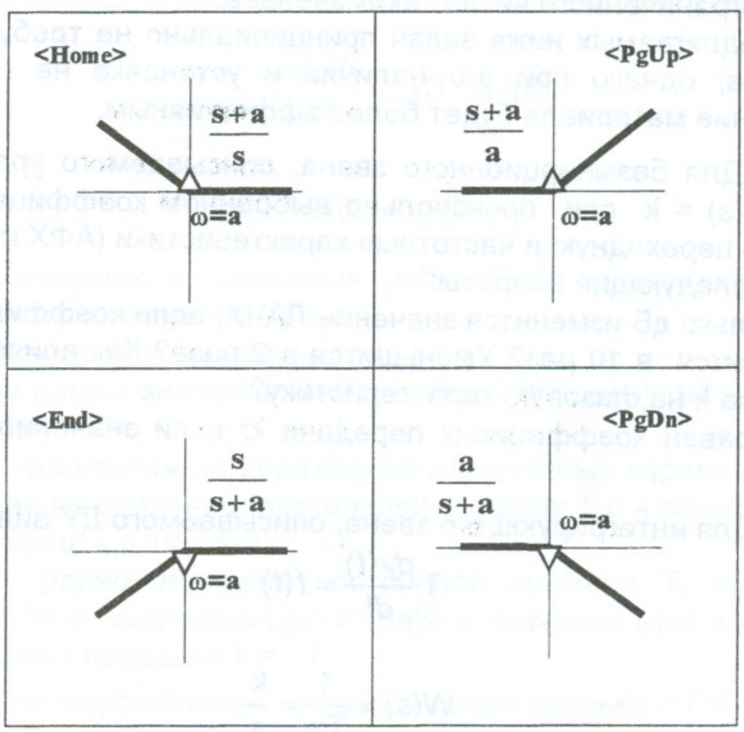


Рис.П1.2

Ранее имеющиеся в ПФ нули или полюсы могут быть удалены путем их компенсации (образования диполей) или применением процедуры удаления всех корней, модули которых больше или меньше значения заданной частоты ω = a (на которой в данный момент установлен маркер).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Практические занятия

Первое практическое занятие

Содержание

Исследование характеристик типовых звеньев систем автоматического регулирования.

Основные сведения из теории

Математические модели объектов управления и других функциональных элементов, а также систем автоматического управления в целом часто представляются совокупностью тем или иным образом связанных между собой простейших, типовых звеньев. ПФ любой линейной системы может быть разложена на ПФ ограниченного числа таких звеньев.

Решение предлагаемых ниже задач принципиально не требует использования компьютера, однако при его наличии и установке на нем программы *CLASSiC* освоение материала будет более эффективным.

Задача 1.1. Для безынерционного звена, описываемого уравнением $y(t) = kf(t)$, или ПФ $W(s) = k$ при произвольно выбранном коэффициенте передачи $k>0$ определить переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ).

Ответить на следующие вопросы:

- На сколько дБ изменится значение ЛАЧХ, если коэффициент передачи увеличится в 10 раз? Уменьшится в 2 раза? Как влияет значение параметра k на фазовую характеристику?
- Чему равен коэффициент передачи k, если значение ЛАЧХ равно -20 дБ?

Задача 1.2. Для интегрирующего звена, описываемого ДУ вида

$$T\frac{dy(t)}{dt} = f(t)$$

или ПФ

$$W(s) = \frac{1}{Ts} = \frac{k}{s}$$

с любым положительным значением постоянной времени T (постоянная интегрирования) построить переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ).

Ответить на следующие вопросы:

- Чему равно значение переходной характеристики $h(t)$ при $t = 1$ с?
- Чему равны значения ЛАЧХ $L(\omega)$ и ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ на частоте $\omega = k = 1/T$?
- Как изменяются переходная характеристика и ЛАЧХ при увеличении постоянной интегрирования T в два раза?
- Чему равна постоянная времени T, если $L(\omega = 10\ c^{-1}) = -20$ дБ?

Задача 1.3. Для дифференцирующего звена, описываемого уравнением вида

$$y(t) = T\frac{df(t)}{dt}$$

или ПФ

$$W(s) = Ts$$

определить (для произвольного значения постоянной Т) переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ).

Ответить на следующие вопросы:

- Как отражается параметр Т на переходной характеристике звена?
- Как изменяется ЛАЧХ при увеличении (уменьшении) параметра Т в два раза?
- Чему равно значение постоянной времени Т, если $L(\omega = 2c^{-1}) = 0$ дБ?

Задача 1.4. Для апериодического звена первого порядка, описываемого ДУ вида

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k f(t)$$

или ПФ

$$W(s) = \frac{k}{Ts+1}$$

определить переходную и частотные (АФХ, ЛЧХ) характеристики звена для произвольно выбранных значений k и Т.

Ответить на следующие вопросы:

- Чему равны значения ЛАЧХ $L(\omega)$ и ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ на частотах $\omega = 1/T$, $0.1/T$, $10/T$?
- Как отражается на переходной и частотных характеристиках уменьшение (увеличение) постоянной времени Т в 4 раза? Коэффициента передачи k в 10 раз?
- Чему равно значение постоянной времени Т, при котором для $\omega < 100\ c^{-1}$ значение $L(\omega) > -3$дБ, а значение $\varphi(\omega) > -45^0$, если коэффициент передачи $k = 1$?

Задача 1.5. Для неустойчивых апериодических звеньев с ПФ вида

$$W_1(s) = \frac{k}{1-Ts}, \quad W_2(s) = \frac{k}{Ts-1}$$

провести исследование в условиях задачи 1.4, ответить на поставленные в этой задаче вопросы. Сравнить характеристики каждого из звеньев с характеристиками устойчивого апериодического звена первого порядка, а также положение полюсов на комплексной плоскости.

Задача 1.6. Для звена второго порядка, описываемого ДУ вида

$$T^2\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2T\xi\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kf(t)$$

или ПФ

$$W(s)=\frac{k}{T^2 s^2+2\xi T s+1}$$

определить переходную и частотные характеристики (АФХ и ЛЧХ) при различных значениях параметров Т, ξ.

Указание. Исследуемое звено качественно изменяет свои характеристики при задании коэффициента демпфирования ξ в различных диапазонах. Так, при $\xi \geq 1$ ХП имеет два действительных отрицательных полюса (при $\xi = 1$ - двукратный действительный полюс) и звено называют апериодическим второго порядка; при $0 < \xi < 1$ корни ХП комплексные с отрицательными действительными частями и звено называют колебательным; при $\xi = 0$ корни чисто мнимые - консервативное звено; при $\xi < 0$ звено становится неустойчивым.

Провести исследование характеристик звена (с использованием программы *CLASSiC*).

- Проанализировать движение корней ХП на комплексной плоскости при изменении параметров k и ξ.
- Построить график зависимости резонансного пика ЛАЧХ от коэффициента демпфирования в пределах $0 \leq \xi \leq 1$ (при любых положительных значениях коэффициента передачи k и постоянной времени Т).
- Построить график зависимости резонансной частоты $\omega_р$ от постоянной времени Т, приняв значение $\xi = 0.1$.
- Исследовать характеристики неустойчивого звена, приняв $\xi = -0.2$.
- Определить оптимальное значение коэффициента демпфирования $\xi = \xi_{опт}$ из условия минимума времени $t_р$ затухания процесса (принять за $t_р$ время, начиная с которого переходная характеристика остается в пределах ± 5% от установившегося значения). Значения k, Т принять любыми.

Ответить на следующие вопросы:

- Как располагаются на комплексной плоскости корни ХП, если $\xi = \xi_{опт}$? Чему равна высота пика ЛАЧХ?

Второе практическое занятие

Содержание

Исследование установившейся реакции динамических звеньев на гармонические входные сигналы. Определение частотных характеристик звеньев способом, близким к экспериментальному. Аналитический расчет частотных характеристик.

Основные сведения из теории

Установившаяся реакция $y_у(t)$ устойчивого линейного звена, элемента или системы на гармоническое воздействие

$$f(t) = \mathrm{A_f} \sin\omega t$$

представляет собой гармонический сигнал той же частоты ω, но, в общем случае, имеет другую амплитуду и сдвиг фазы относительно входных колебаний, т.е.

$$y_y(t) = \mathrm{A_y} \sin(\omega t + \varphi_y).$$

Зависимость амплитуды выходного сигнала y_y от частоты ω (при единичной амплитуде $\mathrm{A_f}$ = 1 сигнала на входе) является АЧХ $\mathrm{A}(\omega) = \mathrm{A_y}(\omega)$, а зависимость фазы от частоты (при нулевой фазе входного сигнала) - ФЧХ $\varphi(\omega) = \varphi_y(\omega)$.

Аналитический расчет АЧХ и ФЧХ по ПФ W(s) сводится к замене аргумента s=jω и выделению модуля и аргумента комплексной функции частоты:

$$\mathrm{W}(s)\Big|_{s=\mathrm{j}\omega} = \mathrm{W}(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{A}(\omega)\exp\{\mathrm{j}\varphi(\omega)\};$$

$$\mathrm{A}(\omega) = \mathrm{mod}\,\mathrm{W}(\mathrm{j}\omega); \varphi(\omega) = \arg \mathrm{W}(\mathrm{j}\omega).$$

Экспериментальное определение ЧХ устойчивого элемента, объекта управления или системы включает:

- формирование на входе гармонического сигнала выбранной частоты;

- приближенное определение момента времени, начиная с которого можно считать наблюдаемый процесс на выходе установившимся;

- определение амплитуды и фазы (сдвига фаз) установившихся колебаний.

Повторение этого эксперимента необходимое число раз для значений $\omega=\omega_i$, принадлежащих диапазону существенных частот, позволяет построить графики АЧХ и ФЧХ.

Описанная процедура эксперимента может быть реализована на компьютере с использованием программы *CLASSiC*, обеспечивающей в режиме "АНАЛИЗ" возможность получения реакции на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях. Для формирования гармонического сигнала $f(t)$ на входе исследуемого звена следует включить дополнительный фильтр с передаточной функцией

$$\mathrm{W_f}(s) = s\mathrm{F}(s) = \frac{\mathrm{T_f}\, s}{\mathrm{T_f^2}\, s^2 + 1},$$

где: $\mathrm{T_f} = 1/\omega$; ω - частота колебаний единичной амплитуды на выходе фильтра.

Сопоставление амплитуд и фаз сигналов на входе и выходе удобно проводить по совмещенным на экране графикам $f(t)$, $y_y(t)$. Для этой цели исследуемое звено объявляется варьируемым с исходным оператором W(s)=1, т.е. выходным сигналом, повторяющим гармонический сигнал на входе. После редактирования ПФ звена (точнее, задания реальных полиномов ее числителя и знаменателя) непосредственно в режиме "АНАЛИЗ" на экране дисплея в окне временных характеристик получим совмещенные графики $f(t)$, $y(t)$. Вывод этих графиков на полный экран и выбор необходимых пределов изменения переменных (в особенности t) позволит получить значения АЧХ и ФЧХ на частотах $\omega=1/\mathrm{T_f}$.

Задача 2.1. Для устойчивого апериодического звена первого порядка, имеющего ПФ вида

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$$

с произвольными параметрами k,T получить с использованием программы *CLASSiC* и описанного выше способа значения АЧХ и ФЧХ на частотах ω=0.1/T; 0.5/T; 1/T; 2/T; 10/T.

Ответить на следующие вопросы:

- Как связано время, начиная с которого можно считать процесс на выходе звена установившимся (при гармоническом сигнале на входе) со значением постоянной времени T? С частотой колебаний ω на входе?
- Какова относительная ошибка определения значений АЧХ и ФЧХ этим способом?

Задача 2.2. Для устойчивого звена второго порядка с ПФ вида

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

с произвольными параметрами k, T, $0<\xi<1$ получить с использованием программы *CLASSiC* и описанного выше способа значения АЧХ и ФЧХ для нескольких значений частоты из диапазона [0.1/T; 10/T]. Найти резонансную частоту и высоту резонансного пика АЧХ при значениях коэффициента демпфирования ξ = 0.7; 0.1; 0.05.

Ответить на следующие вопросы:

- Чему равно время, необходимое для практического затухания переходного процесса для каждого из значений частоты колебаний на входе? Какому числу периодов колебаний приближенно равно это время?
- Каков характер переходных процессов по огибающей?

Третье практическое занятие

Содержание

Исследование характеристик систем, образованных последовательным и параллельным соединениями звеньев в корневой, временной и частотной областях.

Основные сведения из теории

Соединение нескольких звеньев можно заменить одним эквивалентным звеном, ПФ которого $W_э(s)$ равна ПФ соединения.

Эквивалентная ПФ системы, образованной последовательным соединением двух звеньев (рис.П2.1), равна произведению их ПФ, т.е.

$$W_э(s) = W_1(s)\,W_2(s).$$

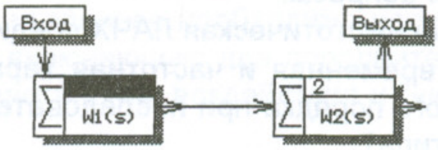


Рис.П2.1

Если записать передаточные функции отдельных звеньев в виде отношений полиномов:

$$W_1(s) = \frac{B_1(s)}{D_1(s)}; \quad W_2(s) = \frac{B_2(s)}{D_2(s)},$$

то эквивалентная ПФ будет равна:

$$W_э(s) = \frac{B_э(s)}{D_э(s)} = \frac{B_1(s)\,B_2(s)}{D_1(s)\,D_2(s)}.$$

Таким образом, ХП соединения равен произведению ХП звеньев

$$D_э(s) = D_1(s)\,D_2(s),$$

а множество его корней равно объединению подмножеств корней ХП звеньев.

Эквивалентная ПФ системы, образованной параллельным соединением звеньев (рис.П2.2), равна сумме ПФ звеньев, т.е.

$$W_э(s) = W_1(s) + W_2(s) = \frac{B_э(s)}{D_э(s)} = \frac{B_1(s)\,D_2(s) + B_2(s)\,D_1(s)}{D_1(s)\,D_2(s)}.$$

Таким образом, как и при последовательном соединении эквивалентный ХП равен произведению ХП звеньев.

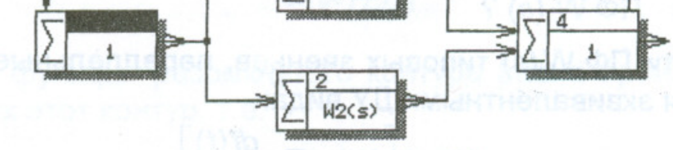


Рис.П2.2

Задача 3.1. Определить характеристики в корневой, временной и частотной областях последовательного соединения двух устойчивых апериодических звеньев первого порядка со следующими параметрами: k_1=1; T_1=1с; k_2=2; T_2=2с.

Рассчитать параметры k, T, ξ ПФ эквивалентного звена второго порядка, записанной в виде:

$$W_э(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi\,T s + 1}.$$

Ответить на следующие вопросы:

- Какой вид имеет асимптотическая ЛАЧХ соединения?
- Как изменяются временная и частотная характеристики апериодического звена первого порядка при последовательном включении второго звена того же типа?
- Какое из двух звеньев оказывает основное влияние на длительность затухания переходного процесса?

Задача 3.2. Определить характеристики в корневой, временной и частотной областях последовательного соединения звеньев с ПФ

$$W_1(s) = \frac{2}{2s^2 + 3s + 1}, \quad W_2(s) = s + 1.$$

Ответить на следующие вопросы:

- Какому звену соответствуют переходная и частотные характеристики соединения?
- Является ли система второго порядка с ПФ $W_э(s)$ полностью управляемой и наблюдаемой?

Задача 3.3. Определить характеристики в корневой, временной и частотной областях звена с ПФ вида

$$W_1(s) = \frac{2}{2s^2 + s - 1}.$$

Рассчитать ПФ $W_2(s)$ звена, последовательное включение которого со звеном $W_1(s)$ компенсирует его правый полюс.

Ответить на следующие вопросы:

- Как проявляются свойства неустойчивой части в последовательном соединении звеньев на характеристики соединения в целом с ПФ $W_э(s)$?
- Как отражается на характеристиках соединения с ПФ $W_э(s)$ в корневой, временной и частотной областях неполная компенсация неустойчивого полюса ПФ $W_1(s)$?

Задача 3.4. Найти ПФ $W_i(s)$ типовых звеньев, параллельные соединения которых описываются эквивалентными ДУ вида:

$$y(t) = \mathrm{k}\left[f(t) + \mathrm{T_Д}\frac{df(t)}{dt}\right];$$

$$y(t) = \mathrm{k}f(t) + \frac{1}{\mathrm{T_И}}\int_0^t f(\tau)d\tau;$$

$$y(t) = \mathrm{k}f(t) + \frac{1}{\mathrm{T_И}}\int_0^t f(\tau)d\tau + \mathrm{T_Д}\frac{df(t)}{dt}.$$

Определить характеристики эквивалентных звеньев в корневой, временной и частотной областях. Построить их асимптотические ЛАЧХ.

Указание. При применении программы *CLASSiC* для расчета характеристик параллельного соединения звеньев необходимо использовать исходную структурную схему (рис.П2.2), включающую два дополнительных звена с единичными операторами для разветвления воздействия и "чистого" суммирования сигналов на выходе.

Четвертое практическое занятие

Содержание

Исследование характеристик систем с обратной связью в частотной области. Приближенное построение частотных характеристик замкнутых систем по ЧХ звеньев.

Основные сведения из теории

ПФ системы с отрицательной обратной связью (рис.П2.3а) выражается через ПФ звеньев следующим образом:

$$\Phi(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} \,. \tag{1}$$

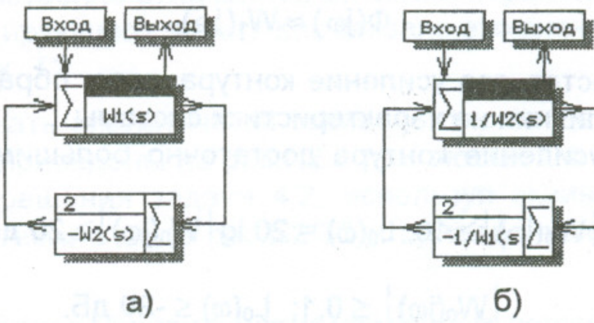


Рис.П2.3

Передаточная функция разомкнутого контура равна произведению ПФ звеньев, образующих этот контур, т.е.

$$W_0(s) = W_1(s)\,W_2(s). \tag{2}$$

ЧХ замкнутой или разомкнутой систем получают заменой в (1) или (2) аргумента $s = j\omega$; $\omega \geq 0$.

Если для некоторого множества (диапазона) частот Ω_1 контур имеет большое усиление, т.е.

$$\forall\, \omega \in \Omega_1 : \left|W_0(j\omega)\right| >> 1,$$

то, как это следует из (1), ЧХ замкнутой системы приближенно равна

$$\Phi(j\omega) \approx 1 / W_2(j\omega), \tag{3}$$

т.е. по отношению к входным сигналам, спектры которых принадлежат диапазону Ω_1, свойства замкнутой системы в основном определяются характеристиками звена обратной связи.

В случае единичной отрицательной обратной связи, т.е. при

$$W_2(s) = 1$$

будем иметь

$$\forall\omega \in \Omega_1 : \Phi(j\omega) \approx 1,$$

т.е. такая система воспроизводит входные сигналы со спектром из Ω_1 с малой ошибкой.

В том случае, когда усиление контура велико за счет большого усиления звена обратной связи, коэффициент передачи замкнутой системы мал. Действительно, как это ясно из (3), при больших значениях $|W_2(j\omega)|$, значения $|\Phi(j\omega)|$ будут малыми, т.е. выход системы инвариантен к внешним сигналам соответствующего спектра.

Если для множества частот Ω_2 контур имеет малое усиление

$$\forall\omega \in \Omega_2 : |W_0(j\omega)| << 1,$$

то, как это следует из (1), ЧХ замкнутой системы приближенно равна ЧХ звена прямого пути

$$\Phi(j\omega) \approx W_1(j\omega),$$

т.е. в диапазоне частот, где усиление контура мало, обратная связь практически не оказывает влияния на характеристики системы.

Можно считать усиление контура достаточно большим (в указанном выше смысле), если

$$|W_0(j\omega)| \geq 10;\ L_0(\omega) = 20\lg|W_0(j\omega)| \geq 20 \text{ дБ},$$

и малым, если

$$|W_0(j\omega)| \leq 0{,}1;\ L_0(\omega) \leq -20 \text{ дБ}.$$

Задача 4.1. Для системы, структурная схема которой имеет вид рис.П2.3а, с ПФ звеньев:

$$W_1(s) = k/s; \quad W_2(s) = 1$$

определить диапазоны частот Ω_1, Ω_2 (коэффициент передачи k принимается любым) и построить в этих диапазонах приближенные ЛАЧХ и ЛФЧХ замкнутой системы.

Ответить на следующие вопросы:

- Внешние сигналы какого спектра воспроизводятся системой практически без искажений?
- Каков спектр внешних сигналов, которые практически не пропускаются системой?
- Какому типовому звену эквивалентна замкнутая система? Каковы параметры эквивалентной ПФ $\Phi(s)$?
- Какой вид имеют точные ЛАЧХ и ЛФЧХ замкнутой и разомкнутой систем?

Указание. Для ответа на последний вопрос удобно воспользоваться режимом анализа вариаций программы *CLASSiC*, дающим возможность совместного отображения на экране ЧХ разомкнутой и замкнутой систем. Звено обратной связи объявляется варьируемым с двумя вариантами ПФ: $W_2(s) = 0$ (разомкнутая система); $W_2(s) = -1$ (замкнутая система).

Задача 4.2. Для системы, структурная схема которой имеет вид рис.П2.3а с ПФ звеньев:

$$W_1(s) = k; \quad W_2(s) = \frac{1}{Ts+1},$$

где T - постоянная времени, имеющая любое значение, определить величину коэффициента передачи k, при котором замкнутая система в диапазоне Ω_1: $0.1/T \le \omega \le 10/T$ шириной в две декады имеет ЧХ, близкие к ЧХ пропорционально-дифференцирующего звена. т.е.

$$\forall\omega \in \Omega_1: \Phi(j\omega) \approx 1 + j\omega T.$$

Ответить на вопросы:

- Какое значение имеет коэффициент передачи замкнутой системы?
- Начиная с какого значения частоты ω ЧХ замкнутого контура (ЛАЧХ и ЛФЧХ) существенно отличаются от ЧХ пропорционально-дифференцирующего звена? Как связано это значение частоты с параметрами k, T?

Задача 4.3. Доказать аналитически эквивалентность двух систем, структурные схемы которых приведены на рис.П2.3 при любых ПФ $W_1(s)$ и $W_2(s)$. Обосновать результаты решения задачи 4.2, используя эквивалентное представление заданной системы в виде рис.П2.3б и приведенные выше сведения из теории.

Указание. Для проверки правильности найденных решений задач и их обоснования целесообразно использование программы *CLASSiC* в режиме "Анализ".

Пятое практическое занятие

Содержание

Исследование характеристик систем с обратной связью в корневой, временной и частотной областях. Устойчивость замкнутых систем с отрицательной обратной связью.

Основные сведения из теории

Обратные связи широко используются для целенаправленного изменения характеристик (свойств) физических элементов и систем управления. Целью этого занятия является изучение влияния обратной связи на характер собственных движений системы.

Рассмотрим замкнутую систему (рис.П2.4а) с отрицательной обратной связью.

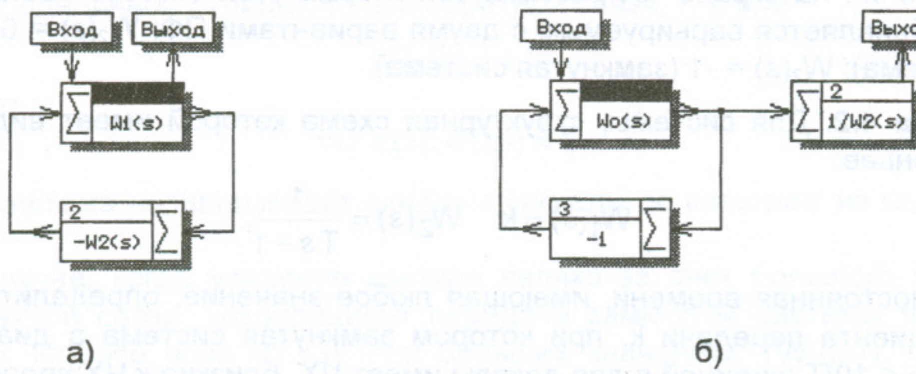


Рис.П2.4

Путем эквивалентного преобразования исходную структурную схему можно привести к виду, показанному на рис.П2.4б, где:

$$W_0(s) = W_1(s)W_2(s). \quad (4)$$

Модель системы представляет собой последовательное соединение контура с единичной отрицательной обратной связью и звена с ПФ $1/W_2(s)$. Предполагая, что материал третьего практического занятия уже освоен, здесь можно ограничиться рассмотрением характеристик только замкнутого контура (системы с единичной отрицательной обратной связью).

Как известно, характер собственных движений и устойчивость линейной динамической системы определяются только корнями ХП.

Для системы без контуров, т.е. только с последовательным или параллельным соединением звеньев, множество корней ее ХП является объединением подмножеств корней ХП этих звеньев. Если же соединения звеньев образуют контуры, то корни ХП в общем случае отличаются от корней ХП звеньев.

Запишем ПФ разомкнутой системы в виде:

$$W_0(s) = kW_0^*(s) = \frac{kB_0^*(s)}{D_0(s)}, \quad (5)$$

где k>0 - коэффициент передачи. Пусть степень полинома числителя не превышает степени полинома знаменателя.

ПФ замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью равна:

$$\Phi(s) = \frac{B(s)}{D(s)} = \frac{kW_0^*(s)}{1+kW_0^*(s)} = \frac{kB_0^*(s)}{D_0(s)+kB_0^*(s)}, \quad (6)$$

а ее ХП определяется выражением:

$$D(s) = D_0(s) + kB_0^*(s). \quad (7)$$

Корни ХП $D(s)$ замкнутой системы в общем случае могут значительно отличаться от корней ХП $D_0(s)$ разомкнутой системы, причем, как это видно из (7), чем выше усиление контура (чем больше коэффициент передачи k), тем больше будет это отличие.

Отдельные корни ХП $D_0(s)$, число которых равно числу корней полинома $D(s)$, после замыкания системы перемещаются на комплексной плоскости по-разному. Подвижность каждого корня зависит от усиления контура на частоте, равной модулю этого корня и от наличия близкого нуля ПФ $W_0(s)$. Здесь можно выделить следующие две группы корней ХП $D(s)$:

- корни, приближенно равные тем нулям ПФ $W_0(s)$ разомкнутой системы (если такие нули, т.е. корни полинома $B_0(s)$ имеются), модули которых принадлежат области частот, где усиление контура велико, т.е.

$$|W_0(j\omega)| > 10, \quad L_0(\omega) > 20\,дБ$$

- корни, приближенно равные тем полюсам ПФ $W_0(s)$ разомкнутой системы (корням ХП $D_0(s)$), модули которых принадлежат области частот, где усиление контура мало, т.е.

$$|W_0(j\omega)| < 0.1, \quad L_0(\omega) < -20дБ.$$

Если полиномы $B_0^*(s), D_0(s)$ ПФ разомкнутой системы имеют нетривиальный общий делитель, т.е. имеются нули ПФ $W_0(s)$, совпадающие с ее полюсами (диполи), то среди полюсов ПФ $\Phi(s)$ будут полюсы, в точности равные этим нулям. Т.е. при замыкании системы такие полюсы ПФ $W_0(s)$ остаются неподвижными.

Как известно, общим условием устойчивости линейной системы (затухания собственных движений) является отрицательность действительных частей всех корней ее ХП. Необходимым условием является положительность всех коэффициентов ХП (для систем первого и второго порядков это условие является и достаточным).

Для исследования устойчивости замкнутых систем, порядок ХП $D(s)$ которых $n>2$, используются алгебраические или частотные критерии.

Так, например, алгебраический критерий Гурвица для систем третьего порядка с ХП

$$D(s) = d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0,$$

определяет дополнительное условие устойчивости в виде неравенства:

$$d_1 d_2 > d_0 d_3.$$

Если в этом выражении поставить знак равенства, то получим условие, при котором система находится на границе устойчивости (например, значение $k = k_{кр}$ при котором ХП (7) имеет пару чисто мнимых корней).

Для исследования устойчивости замкнутых систем можно также использовать частотный критерий Найквиста.

Задача 5.1. Для системы с единичной отрицательной обратной связью и ПФ прямого пути, равной

$$W_0(s) = k/s,$$

показать положение корня ХП $D(s)$ на комплексной плоскости при различных значениях коэффициента передачи $k \geq 0$.

Ответить на вопросы:

- Какой вид имеет траектория корня системы при изменении k?
- Как изменяются переходная и частотные характеристики системы при увеличении k?

Задача 5.2. Для системы из задачи 5.1 с ПФ вида

$$W_0(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} = \frac{K}{T_1 s^2 + s}$$

построить корневой годограф при изменении k от нуля до бесконечности. Привести ПФ замкнутой системы к типовому виду, используемому в задаче 1.6, определить параметры T, ξ этой ПФ для k = 10, T_1 = 1 с. $(T = 1\ \xi = \frac{1}{2})$

Ответить на вопросы:

- Как будут располагаться на комплексной плоскости корни ХП D(s) при $k < 0$?
- Как изменяется переходная характеристика замкнутой системы при изменении коэффициента k в диапазонах $0 < k < \infty$?

Задача 5.3. Для той же системы при ПФ в разомкнутом состоянии, равной

$$W_0(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}; \quad T_1 = 1c; T_2 = 2c$$

построить траекторию корней при изменении k. Определить критическое значение $k_{кр}$, при котором замкнутая система находится на границе устойчивости. Исследовать временные и частотные характеристики замкнутой системы при $k = k_{кр}$; $k = 0.8k_{кр}$; $k = 0.5k_{кр}$.

Ответить на вопросы:

- Какой вид имеют ЧХ системы в разомкнутом состоянии при $k = k_{кр}$?
- Чему равны запасы устойчивости замкнутой системы по амплитуде ΔL и по фазе $\Delta\varphi$ при $k = 0.5k_{кр}$; $k = 0.8k_{кр}$?

Задача 5.4. В системе из задачи 5.3 ввести в прямую цепь последовательно дополнительное звено с ПФ $W(s) = \tau s + 1$. Для характеристического полинома замкнутой системы, имеющего вид:

$$D(s) = 2s^3 + 3s^2 + (k\tau + 1)s + k,$$

построить корневой годограф при изменении k в диапазоне $0 \le k < \infty$, приняв $\tau = T_1 = 1c$.

Ответить на вопросы:

- Чем объясняется неподвижность одного из корней ХП?
- Как проявляется на временных и частотных характеристиках замкнутой системы наличие неподвижного корня ХП?
- Как объяснить характер траекторий подвижных корней ХП D(s) при изменении k?

Задача 5.5. Принять ПФ W(*s*) в виде:

$$W_0(s) = \frac{30(1+s)}{s(1+2s)(1+0.1s)(1+0.005s)}.$$

Используя изложенную выше методику оценки подвижности корней, использующую ЛАЧХ разомкнутой системы $L_0(\omega)$, определить области частот Ω_1 (усиление контура велико), Ω_2 (усиление контура мало) и приближенные значения отдельных корней ХП замкнутой системы, которые принадлежат этим областям. Найти точные значения корней ХП и оценить эффективность методики для рассматриваемого примера.

Шестое практическое занятие

Содержание

Исследование типовых установившихся режимов систем автоматического регулирования. Определение установившихся ошибок систем с обратной связью при степенных и гармонических воздействиях.

Основные сведения из теории

Одним из показателей качества систем автоматического регулирования является величина установившейся ошибки в различных типовых режимах, характеризующая точность воспроизведения задающего воздействия *g*(*t*) после затухания переходных процессов.

Структурная схема одноконтурной системы, образованной последовательным соединением регулятора (звено 1) и объекта (звено 2), охваченнных отрицательной обратной связью (звено 3), изображена на рис.П2.5. Введенные дополнительно звенья с единичными операторами выполняют роль сумматоров. На схеме: *g*(*t*) - задающее (управляющее) воздействие, *f*(*t*) - возмущающее воздействие, приведенное к выходу системы.

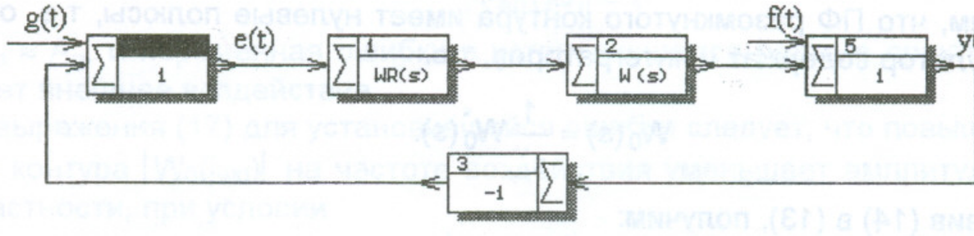


Рис.П2.5

Переменная выхода системы *y*(*t*) должна воспроизводить задающее (управляющее) воздействие *g*(*t*) (ковариантность с задающим воздействием) и не зависеть от возмущения *f*(*t*) (инвариантность к возмущающему воздействию). Для переменной ошибки

$$e(t) = g(t) - y(t)$$

это равносильно требованию инвариантности к тому и другому воздействиям.

Изображение переменной $e(t)$ по Лапласу равно

$$E(s) = G(s)\Phi_{eg}(s) + F(s)\Phi_{ef}(s), \tag{8}$$

где ПФ системы по ошибке от задающего $\Phi_{eg}(s)$ и возмущающего $\Phi_{ef}(s)$ воздействий определяются выражением

$$\Phi_{eg}(s) = -\Phi_{ef}(s) = \frac{1}{1+W_0(s)}, \tag{9}$$

в котором $W_0(s) = W_R(s)\,W(s)$ - ПФ разомкнутого контура.

Поскольку ПФ $\Phi_{eg}(s)$ и $\Phi_{ef}(s)$ отличаются только знаком, достаточно рассмотрения только одного из каналов, т.е. одной составляющей ошибки в выражении (8), например первой, положив

$$E(s) = G(s)\Phi_{eg}(s). \tag{10}$$

При анализе точности установившихся режимов систем автоматического регулирования обычно рассматриваются следующие типовые воздействия:

- степенные

$$g(t) = \frac{g_0}{\lambda!}t^{\lambda}, \quad G(s) = \frac{g_0}{s^{\lambda+1}}, \quad \lambda = 0,1,...; \tag{11}$$

- гармоническое

$$g(t) = A_g \sin \underset{\omega}{} t, \quad G(s) = \frac{A_g\,\omega}{\omega^2 + s^2}. \tag{12}$$

Изображение переменной ошибки при степенном воздействии на систему с учетом (9), (10), (11) равно:

$$E(s) = \frac{g_0}{s^{\lambda+1}} \cdot \frac{1}{1+W_0(s)}. \tag{13}$$

Допустим, что ПФ разомкнутого контура имеет нулевые полюсы, т.е. объект и/или регулятор содержат ν интеграторов, т.е.

$$W_0(s) = \frac{1}{s^{\nu}}W_0^*(s). \tag{14}$$

Подставив (14) в (13), получим:

$$E(s) = g_0 \frac{s^{\nu-\lambda-1}}{s^{\nu} + W_0^*(s)}.$$

Установившаяся ошибка может быть определена с использованием теоремы о конечном значении оригинала, т.е.

$$e_y = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = g_0 \lim_{s\to 0} \frac{s^{\nu-\lambda}}{s^{\nu} + W_0^*(s)}. \tag{15}$$

Отсюда следует, что величина установившейся ошибки системы при степенных воздействиях зависит от соотношения числа интеграторов ν и степени воздействия λ:

$$\begin{aligned} &e_y = 0 && \text{при } \nu > \lambda; \\ &e_y = g_0/k && \text{при } \nu = \lambda \neq 0; \\ &e_y = g_0/(1+k) && \text{при } \nu = \lambda = 0; \\ &e_y \to \infty && \text{при } \nu < \lambda; \end{aligned} \tag{16}$$

где $k = W_0^*(0)$ - коэффициент передачи контура.

При использовании выражений (16) следует иметь в виду структуру рассматриваемой системы и точки приложения воздействий. Изменение точки приложения возмущения $f(t)$ требует уточнения этих соотношений.

Точность установившегося режима системы при гармоническом воздействии (12) с частотой ω_0 определяется амплитудой ошибки A_e, равной

$$A_e = A_g \left|\Phi_{eg}(j\omega_0)\right|,$$

где $|\Phi_{eg}(j\omega_0)|$ - значение АЧХ замкнутой системы по ошибке на частоте воздействия. Общее выражение для АЧХ рассматриваемой системы из (9) имеет вид:

$$\left|\Phi_{eg}(j\omega)\right| = \frac{1}{\left|1+W_0(j\omega)\right|}.$$

Если усиление контура на частотах, принадлежащих диапазону Ω_1, велико ($L_0(\omega) > 20$дБ) и $\omega_0 \in \Omega_1$, то:

$$\left|\Phi_{eg}(j\omega)\right| \approx 1/\left|W_0(j\omega)\right|;$$

$$A_e \approx \frac{A_g}{\left|W_0(j\omega_0)\right|}, \tag{17}$$

т.е. $A_e << A_g$.

Для диапазона Ω_2, где усиления малы ($L_0(\omega) < -20$ дБ)

$$\left|\Phi_{eg}(j\omega)\right| \approx 1, \tag{18}$$

т.е. $A_e \approx A_g$, и переменная ошибки в установившемся режиме практически повторяет внешнее воздействие.

Из выражения (17) для установившейся ошибки следует, что повышение усиления контура $|W_0(j\omega_0)|$ на частоте воздействия уменьшает амплитуду ошибки и, в частности, при условии

$$\left|W_0(j\omega_0)\right| \to \infty$$

Для системы с $\nu \geq 1$ интегрирующими звеньями ПФ разомкнутого контура имеет вид выражения (14), т.е. усиление контура на нулевой частоте стремится в бесконечность:

эта ошибка равна нулю (свойство селективной абсолютной инвариантности системы). Нетрудно заметить, что вариации параметров системы и изменение амплитуды воздействия не нарушают это свойство, т.е. такая система является грубой.

$$\lim_{\omega \to 0} |W_0(j\omega)| = \infty^{\nu},$$

что также обеспечивает селективную абсолютную инвариантность (нулевую установившуюся ошибку) при степенных воздействиях (11) порядка $\lambda < \nu$.

На основании изложенного нетрудно заметить, что для селективной абсолютной инвариантности необходимо, чтобы в составе полюсов ПФ $W_0(s)$ были полюсы изображения воздействия той же кратности.

Задача 6.1. Для системы, структурная схема которой приведена на рис.П2.5 с ПФ

$$W(s) = \frac{1}{(1+Ts)^3}; \quad W_R(s) = K_R; \quad T = 0.1с; K_R = 2,$$

определить установившуюся ошибку: при ступенчатом воздействии $f(t) = f_0 1(t)$; при линейном воздействии $g(t) = g_0 \cdot t$ (принять значения $f_0 = g_0 = 1$).

Ответить на вопросы:

- Какой порядок астатизма имеет система?
- Какой параметр ПФ $W_0(s)$ определяет величину установившейся ошибки по возмущению?
- В чем заключается противоречивость требований к малости установившейся и переходной составляющих ошибки системы?
- Какое минимальное значение установившейся ошибки по возмущению заданного вида можно обеспечить в этой системе?

Задача 6.2. Для системы со структурной схемой из задачи 6.1 принять:

$$W(s) = \frac{1}{s(s+1)}; \quad W_R(s) = \frac{k_R(1+T_И s)}{s},$$

что соответствует ПИ-закону регулирования. Определить параметры настройки регулятора (коэффициент передачи k_R [c^{-1}] и время изодрома $T_и$ [с], обеспечивающие устойчивость замкнутой системы. Построить зависимость установившейся ошибки при параболическом воздействии $g(t) = 0.5 \cdot t^2$ от коэффициента k_R.

Ответить на вопросы:

- Какое минимальное значение установившейся ошибки по заданному воздействию заданного вида можно обеспечить в этой системе?
- Как изменяется характер переходного процесса в системе на воздействие $g(t) = 0.5 \cdot t^2$ при возрастании коэффициента k_R?
- Каким будет установившийся режим в системе при выборе $T_и = 1с$?

Задача 6.3. Для той же системы с ПИ-регулятором (см. ПФ $W_R(s)$ в задаче 6.2) и ПФ объекта:

$$W(s) = \frac{1}{(10s+1)(0.01s+1)}$$

принять параметры настройки $K_R = 100$ с$^{-1}$, $T_и = 1$ с. Используя выражения (17), (18), определить диапазоны частот задающего гармонического воздействия $g(t)$, для которых относительная амплитуда установившейся ошибки $A_e/A_g \le 0.01$; $A_e/A_g \approx 1$. Определить абсолютные значения амплитуды ошибки A_e для двух значений частоты ω_0 воздействия в каждом из диапазонов, приняв $A_g = 1$.

Ответить на вопросы:

- Какой порядок астатизма имеет система?
- Какой вид имеет АЧХ (ЛАЧХ) замкнутой системы по ошибке?
- Как изменятся рассчитанные диапазоны частот при увеличении (уменьшении) k_R в 10 раз?

Задача 6.4. Для системы из задачи 6.3 определить установившуюся ошибку при экспоненциальном воздействии

$$g(t) = \exp\{-0.1\cdot t\},\quad G(s) = \frac{1}{s+0.1}.$$

Объяснить результат.

Ответить на вопросы:

- Какой характер имеет реакция системы на такое воздействие?
- Какой будет величина установившейся ошибки, если регулятор реализует -закон, т.е. $W_R(s) = k_R$?

Задача 6.5. Чему равна установившаяся ошибка в системе из задачи 6.3 при возмущающем воздействии вида

$$f(t) = 1 - \exp\{-0.1\cdot t\},\quad F(s) = \frac{1}{s(s+0.1)}$$

при использовании П- и ПИ-регулятора? Численное значение коэффициента K_R принять равным 100. Объяснить результат.

Задача 6.6. Определить установившуюся ошибку системы в условиях задачи 6.5, если возмущающее воздействие того же типа действует на входе объекта. Объяснить результат.

Седьмое практическое занятие

Содержание

Анализ качества переходных процессов в системах автоматического регулирования. Определение прямых и косвенных показателей качества.

Основные сведения из теории

Для оценки качества систем автоматического регулирования в переходном режиме используют различные показатели, оценивающие форму процессов, их колебательность, время протекания.

Прямые показатели качества определяются непосредственно по кривой переходного процесса при типовом внешнем воздействии или (при его отсутствии) для ненулевых начальных условий. Косвенные показатели оценивают качество по расположению корней ХП системы или нулей и полюсов ее ПФ на комплексной плоскости (корневые показатели качества), по ЧХ системы при разомкнутой или замкнутой обратной связи (частотные показатели качества), по величине интегралов от временных характеристик того или иного вида.

Прямые показатели качества - время переходного процесса (время регулирования) $t_р$ и перерегулирование σ% определяются по реакции системы $y(t)$ на ступенчатое воздействие $g(t) = g_0 1(t)$, вид которой показан на рис.П2.6.

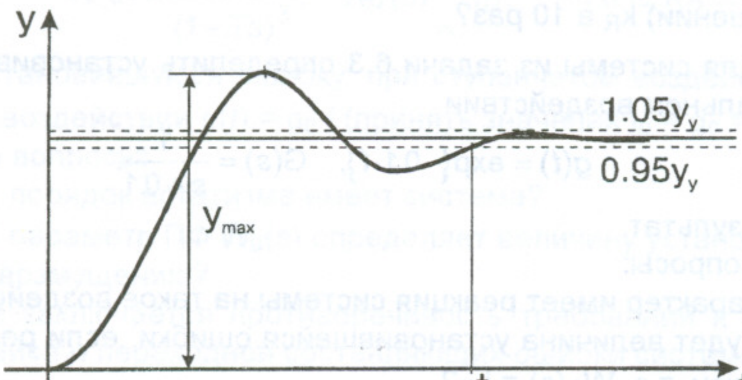
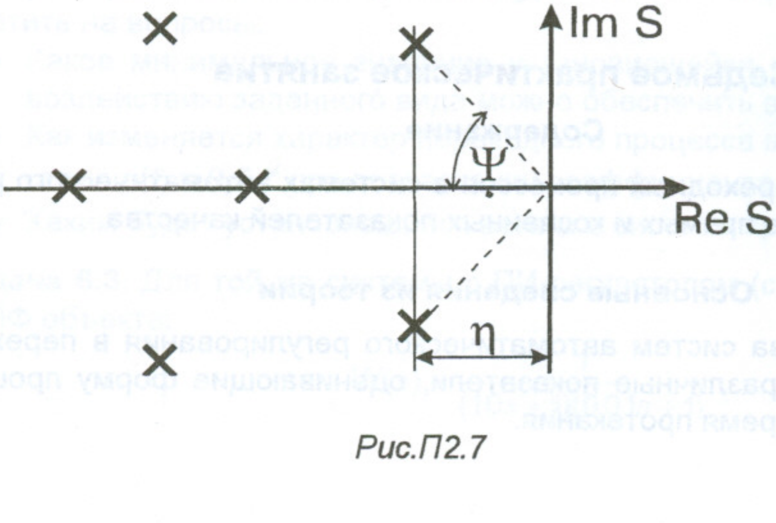


Рис.П2.6

Время регулирования $t_р$ определяется по моменту вхождения кривой в пятипроцентную зону от установившегося значения. Перерегулирование находится из выражения $\sigma = (y_{max}-y_y)/y_y \cdot 100\%$.

Косвенные показатели качества, определяемые по расположению корней ХП системы на комплексной плоскости. В число основных оценок входят степень устойчивости (быстродействие) η и колебательность μ - рис.П2.7.



$$\mu = \max_i \left|\frac{\mathrm{Im}\, s_i}{\mathrm{Re}\, s_i}\right|$$

$$\eta = \min_i \left|\mathrm{Re}\, s_i\right|$$

Рис.П2.7

Косвенные показатели качества устойчивой замкнутой системы, определяемые по ее ЛЧХ в разомкнутом состоянии: запас устойчивости ΔL по амплитуде, запас устойчивости $\Delta\varphi$ по фазе и частота среза $\omega_{ср}$ (рис.П2.8).

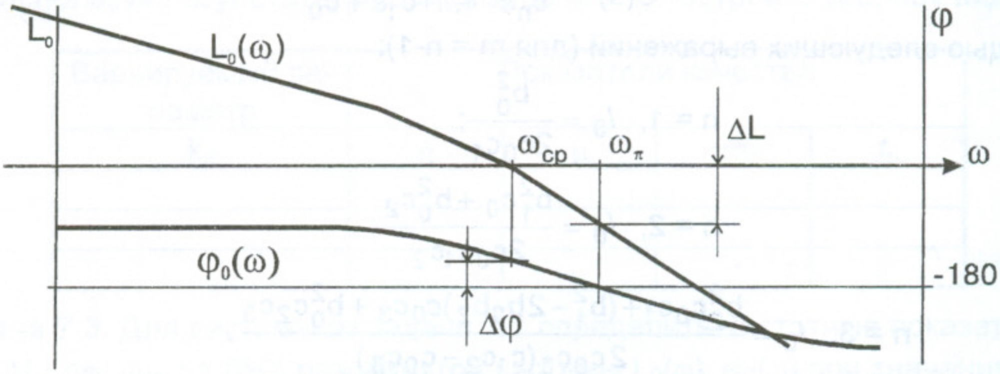
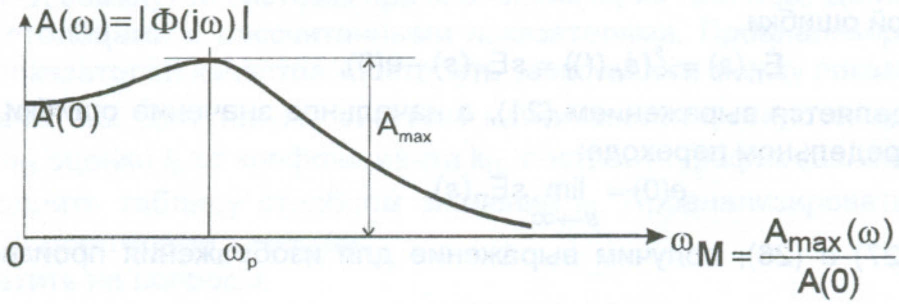


Рис.П2.8

Косвенные показатели качества, определяемые по АЧХ замкнутой системы. Оценками качества являются - резонансная частота ω_p, показатель колебательности M (рис.П2.9).



$$M = \frac{A_{max}(\omega)}{A(0)}$$

Рис.П2.9

Интегральные показатели качества представляют собой значения определенных интегралов от тех или иных функций переходной составляющей ошибки $e_п(t)$. Наиболее простыми и широко распространенными интегральными оценками являются:

- интегральная квадратичная оценка (ИКО)

$$I_0 = \int_0^\infty e_п^2(t)dt; \qquad (19)$$

- улучшенная ИКО

$$I_1 = \int_0^\infty [e_п^2(t) + a_1\dot{e}_п^2(t)]dt, \qquad (20)$$

где a_1 - весовой коэффициент, учитывающий производную ошибки.

ИКО переходного процесса можно вычислить [18] по изображению ошибки

$$E_п(s)=\frac{B(s)}{C(s)}=\frac{b_m s^m+...+b_1 s+b_0}{c_n s^n+...+c_1 s+c_0} \quad (21)$$

с помощью следующих выражений (для m = n-1):

$$n=1,\ I_0=\frac{b_0^2}{2c_0c_1}; \quad (22)$$

$$n=2,\ I_0=\frac{b_1^2c_0+b_0^2c_2}{2c_0c_1c_2}; \quad (23)$$

$$n=3,\ I_0=\frac{b_2^2c_0c_1+(b_1^2-2b_0b_2)c_0c_3+b_0^2c_2c_3}{2c_0c_3(c_1c_2-c_0c_3)}. \quad (24)$$

Для вычисления улучшенной ИКО выражение (20) записывается в виде:

$$I_1=\int_0^\infty e_п^2(t)dt+a_1\int_0^\infty \dot{e}_п^2(t)dt=I_{10}+a_1I_{11}. \quad (25)$$

Первый интеграл I_{10} (ИКО ошибки) вычисляется по формулам (22), (23) или (24). Для вычисления второго интеграла (I_{11}) необходимо получить изображение производной ошибки

$$\dot{E}_п(s)=\mathcal{L}\{\dot{e}_п(t)\}=sE_п(s)-e(0), \quad (26)$$

где $E_п(s)$ определяется выражением (21), а начальное значение ошибки $e(0)$ - по теореме о предельном переходе:

$$e(0)=\lim_{s\to\infty} sE_п(s). \quad (27)$$

Подставив (27) в (26), получим выражение для изображения производной ошибки

$$\dot{E}_п(s)=sE(s)-\lim_{s\to\infty} sE(s)=\frac{b_m' s^m+...+b_1' s+b_0'}{a_n' s^n+...+a_1' s+a_0}, \quad (28)$$

по коэффициентам которого с использованием формул (22), (23) или (24) можно вычислить интеграл I_{11} в выражении (25).

Задача 7.1. Для системы автоматического регулирования, структурная схема которой приведена на рис.П2.5, принять:

$$W(s)=\frac{1}{s(Ts+1)};\quad W_R(s)=k_R;\ T=0.1c.$$

Построить корневой годограф при изменении k_R от нуля до бесконечности. Найти аналитические зависимости косвенных показателей качества μ, η от значения коэффициента передачи k_R.

Задача 7.2. Для системы из задачи 7.1 определить, используя программу *CLASSiC* в режиме анализа вариаций параметров, прямые показатели качества $\sigma\%$, t_p при нескольких значениях k_R из областей: $0< k_R \leq 1/4T$; $1/4T < k_R \leq 12.5$; $12.5< k_R \leq 250$. Используя результаты решения задачи 7.1, построить таблицу вида:

Варьируемый параметр	Показатели качества			
k_R	η	μ	$\sigma\%$	t_p

Задача 7.3. Для системы из задачи 7.1 определить частотные показатели качества ΔL, $\Delta\varphi$, ω_{cp} по ЛЧХ разомкнутой системы $L_0(\omega)$, $\varphi_0(\omega)$ при значениях k_R из таблицы. Дополнить таблицу тремя столбцами с рассчитанными показателями. Проанализировать взаимосвязи показателей качества. Построить зависимости между отдельными показателями.

Задача 7.4. Для той же системы, используя программу *CLASSiC* в режиме анализа вариаций параметров, определить частотные показатели качества M, ω_p по АЧХ замкнутой системы при значениях k_R из таблицы. Дополнить таблицу двумя столбцами с рассчитанными показателями. Проанализировать взаимосвязи показателей качества. Построить зависимости между показателями.

Задача 7.5. Для той же системы найти аналитическую зависимость интегральной оценки I_0 от коэффициента k_R, построить график зависимости.

Дополнить таблицу столбцом значений I_0. Проанализировать взаимосвязи между показателями качества.

Ответить на вопросы:

- Какова качественная связь ИКО I_0 с характером переходного процесса в системе при $g(t) = g_0 1(t)$?
- Какая форма кривой переходного процесса в системе соответствует минимуму этой оценки?

Задача 7.6. Для той же системы, используя программу *CLASSiC* в режиме “Оптимизация”, получить зависимости улучшенной ИКО I_1 от коэффициента k_R при нескольких значениях весового коэффициента a_1.

Ответить на следующие вопросы:

- Какова качественная связь ИКО I_1 с с характером переходного поцесса при воздействии $g(t) = g_0 1(t)$?
- Какая форма кривой переходного процесса в исследуемой системе обеспечивает минимум этой оценки?
- Приближение к какой “эталонной” кривой переходного процесса характеризует значение ИКО I_1 ?

Восьмое практическое занятие

Содержание

Исследование влияния вариаций характеристик отдельных элементов системы на ее свойства в целом с использованием функций чувствительности. Определение функций чувствительности для различных структур систем управления.

Основные сведения из теории

Влияние малых вариаций характеристик отдельных элементов на свойства системы управления удобно оценивать с помощью функций чувствительности. Относительная функция чувствительности (ФЧ) $S_{Wi}^{Wc}(s)$ ПФ системы к вариациям ПФ звена связывает малые относительные приращения этих ПФ, т.е.

$$\frac{\delta W_C(s)}{W_C(s)} \approx S_{Wi}^{Wc}(s)\frac{\delta W_i(s)}{W_i(s)}. \qquad (29)$$

Из этого определения ФЧ можно получить выражение для ее расчета

$$S_{Wi}^{Wc}(s) = \frac{\partial W_C(s)}{\partial W_i(s)} \cdot \frac{W_i(s)}{W_C(s)}. \qquad (30)$$

Относительную ФЧ можно получить непосредственно по структурной схеме системы управления после ее незначительного преобразования. Последнее сводится к введению последовательно с варьируемым звеном дополнительного звена с единичной передачей и переназначению входной и выходной переменных. Относительная ФЧ определяется как ПФ преобразованной системы между назначенными входом и выходом.

Влияние вариаций характеристик отдельных элементов системы на ее свойства в целом удобно оценивать по относительному изменению АЧХ с использованием выражения (29), приведенного к виду:

$$\frac{\delta A_C(\omega)}{A_C(\omega)} \approx \left| S_{Wi}^{Wc}(j\omega) \right| \cdot \frac{\delta A_i(\omega)}{A_i(\omega)}, \qquad (31)$$

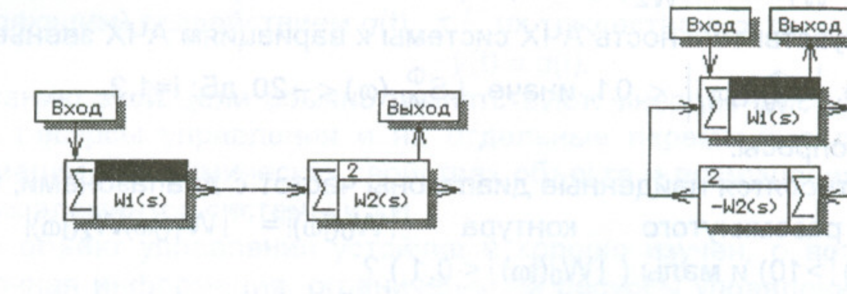
где: $A_i(\omega)$, $A_C(\omega)$ - АЧХ соответственно варьируемого звена и системы; $\delta A_i(\omega)$, $\delta A_C(\omega)$ - малые конечные приращения этих АЧХ;

$$\left| S_{Wi}^{Wc}(s)(j\omega) \right| = \mathrm{mod}\, S_{Wi}^{Wc}(s)\Big|_{s=j\omega}. \qquad (32)$$

При решении задачи анализа чувствительности с использованием ЛЧХ звеньев и систем ФЧ удобно оценивать в дБ:

$$L S_{Wi}^{Wc}(\omega) = 20\lg \left| S_{Wi}^{Wc}(j\omega) \right|. \qquad (33)$$

Задача 8.1. Определить относительные функции чувствительности ПФ $W_C(s)$ разомкнутой системы, образованной последовательным соединением двух звеньев (рис.П2,10а).



а) б)

Рис.П2.10

Решение. Используя выражение (30) для $W_C(s)=W_1(s)W_2(s)$, получаем:

$$S_{W1}^{Wc}(s) = S_{W2}^{Wc}(s) = 1,$$

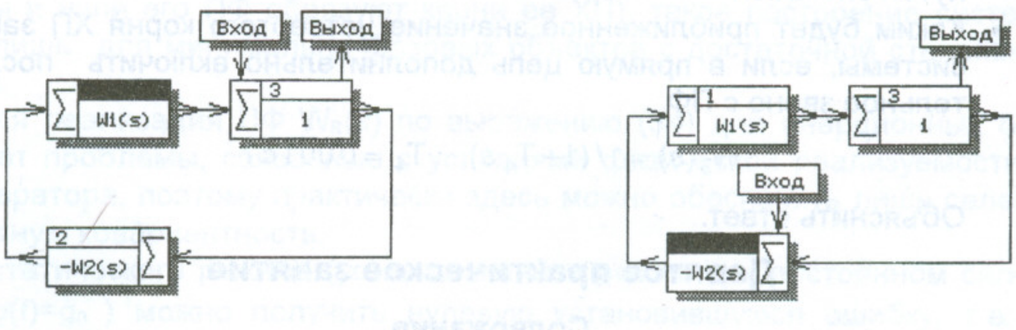
т.е. относительное изменение АЧХ любого из звеньев на m% вызывает точно такое же относительное изменение АЧХ системы.

Задача 8.2. Определить относительные функции чувствительности ПФ $\Phi(s)$ замкнутой системы (рис.П2.10б) к вариациям ПФ $W_1(s)$ и $W_2(s)$.

Решение. Используя выражение (30) при $W_c(s)=\Phi(s)$, определяем относительные ФЧ:

$$S_{W1}^{\Phi}(s) = \frac{1}{1+W_1(s)W_2(s)}; \quad S_{W2}^{\Phi}(s) = -\frac{W_1(s)W_2(s)}{1+W_1(s)W_2(s)}.$$

Тот же результат можно получить, если воспользоваться преобразованными структурными схемами, показанными на рис.П2.11.



а) б)

Рис.П2.11

Как было сказано выше, относительные ФЧ $S_{W1}^{\Phi}(s)$, $S_{W2}^{\Phi}(s)$ в этом случае равны ПФ между обозначенными на схемах входами и выходами.

Задача 8.3. Для системы с обратной связью (рис.П2.10б) с ПФ звеньев:

$$W_1(s) = k_1 / s; \quad W_2(s) = 1$$

построить ФЧ $LS^{\Phi}_{W1}(\omega)$, $LS^{\Phi}_{W2}(\omega)$. Определить диапазоны частот Ω_1, Ω_2, где относительная чувствительность АЧХ системы к вариациям АЧХ звеньев $W_1(s)$ и $W_2(s)$ мала, т.е. $\left|S^{\Phi}_{Wi}(j\omega)\right| < 0.1$, иначе, $LS^{\Phi}_{Wi}(\omega) < -20$ дБ; i=1,2.

Ответить на вопросы:

- Как соотносятся найденные диапазоны частот с диапазонами, где усиления разомкнутого контура $|W_0(j\omega)| = |W_1(j\omega)W_2(j\omega)|$ велики ($|W_0(j\omega)| > 10$) и малы ($|W_0(j\omega)| < 0.1$)?
- Какими приближенными выражениями можно заменить ПФ $\Phi(s)$ для частот, принадлежащих диапазонам Ω_1 и Ω_2?

Задача 8.4. Для замкнутой системы рис.П2.10б с ПФ звеньев

$$W_1(s) = \frac{k_1(1+T_2 s)}{s\,(1+T_1 s)(1+T_3 s)}, \quad W_2(s) = 1,$$

где: k_1=100 c^{-1}; T_1=10 с; T_2=1 с; T_3=0.01с, построить ФЧ $LS^{\Phi}_{W1}(\omega)$ в диапазоне частот $0.01 \le \omega \le 1000$. Определить диапазоны частот Ω_1, Ω_2, где относительная чувствительность АЧХ замкнутой системы к вариациям ПФ $W_1(s)$ мала, т.е. $LS^{\Phi}_{W1}(\omega) < -20$ дБ, и велика, т.е. $LS^{\Phi}_{W1}(\omega) \approx 0$ ($\left|S^{\Phi}_{W1}(j\omega)\right| \approx 1$). Объяснить результат, используя ЛАЧХ системы в разомкнутом состоянии $L_0(\omega)$.

Ответить на вопросы:

- Вариации каких из постоянных времени в ПФ $W_1(s)$ вызывают наибольшее и наименьшее относительные изменения ЛАЧХ замкнутой системы?
- Как скажутся вариации постоянных времени T_1, T_2 на корнях ХП замкнутой системы?
- Каким будет приближенное значение четвертого корня ХП замкнутой системы, если в прямую цепь дополнительно включить последовательное звено с ПФ

$$W_3(s) = 1/(1+T_4 s), \quad T_4 = 0.001\,c?$$

Объяснить ответ.

Девятое практическое занятие

Содержание

Исследование характеристик автоматических систем, использующих принцип управления по разомкнутому циклу. Синтез алгоритма управления из условий ковариантности управляемой переменной объекта с задающим воздействием и инвариантности этой переменной к возмущающему воздействию.