



07.12.2007

Ульяновский  
государственный университет  
ул. Л. Толстого 42  
432970 Ульяновск Россия

Кафедра Информационных  
технологий

Phone: +7 (8422) 32-3247

Fax: +7 (8422) 41-2340

innokentiy v.sem@ulsu.ru

## ЗАЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ № 2

по дисциплине **Основы моделирования**  
для студентов 1-го курса ФМиИТ

### Хищники и жертвы

В некоторой среде обитают два вида животных. Первые (пусть это будут кролики) питаются травой, которая произрастает здесь в изобилии, а другие (пусть это будут волки) питаются первыми. Размер каждой популяции в момент времени  $t$ ,  $t \geq 0$ , обозначим, соответственно,  $r(t)$  и  $w(t)$ . Сначала представим, как каждая популяция изменяется, если ее рассматривать в отсутствие другой.

Кролики без волков размножаются, так как пищи для них всегда достаточно, и умирают они только от старости. Пусть коэффициент  $b$  обозначает масштаб рождения (*birth*=рождение) кроликов в популяции  $r$ , а  $d$  — масштаб их естественной убыли (*death*=смерть). Следовательно, коэффициент приращения в популяции кроликов равен  $a = b - d$ . Коэффициент  $a$  характеризует, какую долю от  $r$  составит прирост в популяции кроликов, если, конечно,  $a > 0$ . Это значит, что если в данный момент времени  $t$  имеется  $r(t)$  кроликов, то через малый отрезок времени  $\Delta t$  их количество возрастает до  $r(t + \Delta t)$  на величину  $ar(t)\Delta t$ . Иными словами, количество кроликов возрастает со скоростью  $ar(t)$ , причем величину  $a > 0$  можно считать постоянной.

Волки без кроликов, т. е. без пищи, умирают, и их популяция через малое время  $\Delta t$  убывает от значения  $w(t)$  до  $w(t + \Delta t)$  на величину  $cw(t)\Delta t$  с некоторым постоянным коэффициентом  $c > 0$ .

Однако, находясь вместе в одной и той же среде, эти виды взаимодействуют: популяция кроликов уменьшается, так как волки поедают кроликов; но из-за этого же популяция волков увеличивается, так как они уже не голодают. Отрицательное приращение в популяции кроликов, так же как и положительное приращение в популяции волков, тем выше, чем более правдоподобна встреча волка и кролика. Отсюда, оба эти приращения пропорциональны произведению  $r(t)w(t)$ , однако, с различными постоянными коэффициентами  $g > 0$  и  $h > 0$ .

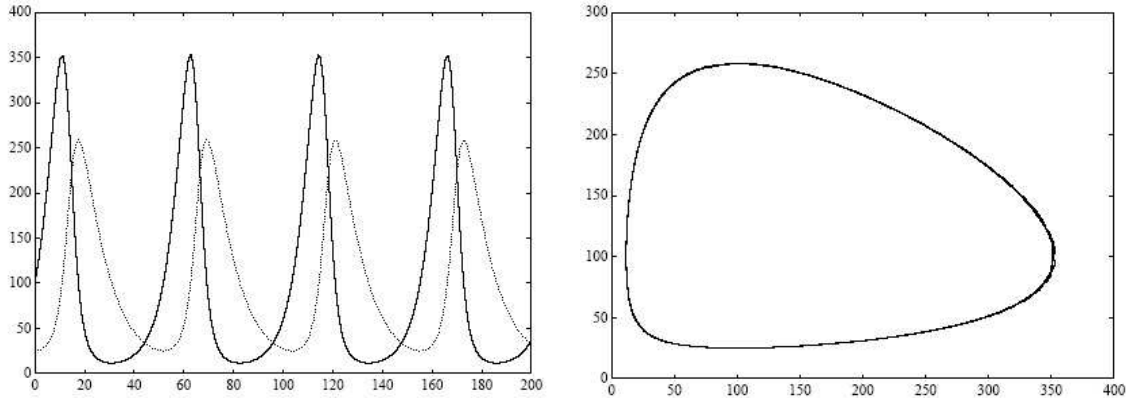
#### Задание:

1. Для  $t \geq 0$  напишите систему дифференциальных уравнений данной динамической системы, полагая, что в начальный момент  $t = 0$  размер популяции кроликов равен  $r_0$ , а волков, соответственно,  $w_0$  (начальные условия).

2. <sup>1</sup> Если у вас есть возможность воспользоваться пакетом матричных вычислений *MatLab* введите уравнения по п. 1 в пакет и следующие исходные данные:

$$a = 0.2; \quad c = 0.1; \quad g = 0.002; \quad h = 0.001; \quad r_0 = 100; \quad w_0 = 25 \quad (1)$$

и получите следующий график (рисунок слева), на котором показано, как изменяются во времени популяция-жертва (кролики, сплошная линия) и популяция-хищник (волки, пунктирная линия).



3. По графику дайте объяснение периодическому характеру состояния системы.
4. Графику состояния соответствует так называемая *фазовая диаграмма* системы (рисунок справа). На ней текущее состояние системы изображается некоторой конкретной точкой, которая совершает движение против часовой стрелки вдоль этой *замкнутой* (периодичность состояний!) кривой. Проведите палец вслед за этой воображаемой точкой и объясните, что происходит в системе.

Оформите вашу работу письменно и сдайте ее мне на кафедру для проверки не позднее, чем за неделю до окончания зачетной недели. Не забудьте указать № группы и, разумеется, ваше имя и фамилию. Результат проверки (*зачтено/не зачтено*) смотрите на доске объявлений кафедры через неделю после сдачи. Этот результат и будет вашей оценкой в зачетной ведомости.

*Как оценивается работа.* Достаточно выполнить одну работу из двух (на выбор). Работа должна демонстрировать, что вы сделали ее лично. Работа-копия получает оценку *не зачтено*. Отсутствие работы влечет отметку «неявка» в ведомости.

И. В. Семушин, д-р техн. наук, профессор

---

<sup>1</sup> Этот пункт – по вашему выбору. Я его рассматриваю как поощрительный. Если вы это сделали, приведите распечатку текста команд и исходных данных, которые вы вводили в пакет, и распечатку ответа, который вы получили от этого пакета.