


Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Тематика контрольных работ
Основы теории управления

Контрольная работа №1: Дифференциальные уравнения физических систем; преобразование Лапласа; передаточная функция линейных систем; характеристический полином.

Типовые задачи:

1. Свободный физический маятник без трения.
2. Физический маятник с трением и внешней силой.
3. Масса, пружина, трение.
4. Параллельная RLC -цепь с источником тока.
5. Последовательная RLC -цепь с источником напряжения.
6. Две массы, взаимодействующие через трение. Одна масса связана с основанием через пружину, другая – через трение.
7. Электрическая цепь, эквивалентная задаче из п.6.
8. Два физических маятника, взаимодействующие между собой через пружину.
9. Масса, связанная с основанием двумя пружинами противоположного действия и взаимодействующая с ним через трение.

Контрольная работа №2: Определение устойчивости систем управления по расположению корней на s -плоскости (критерий Рауса-Гурвица).

Типовое задание:

Дан характеристический полином системы управления. Требуется применить критерий Рауса-Гурвица в форме таблицы и по чередованию знаков в первом столбце этой таблицы дать заключение о том, устойчива эта система или нет или, возможно, находится на границе устойчивости.

Контрольная работа №3: Модели в пространстве состояний – определение свойств управляемости и наблюдаемости системы.

Типовое задание:

Дано описание системы в пространстве состояний:


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \quad 1 \quad 0] x(t)$$

Требуется определить, обладает ли эта система свойствами полной управляемости и наблюдаемости. Усложненный вариант задания: Произвести переход в канонический базис и найти декомпозицию данной системы на две части:

- полностью управляемую и полностью наблюдаемую часть,
- часть, в которой отсутствует одно из свойств: управляемость или наблюдаемость.

Ниже приводятся 42 варианта этого задания для контрольной работы №3.

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Варианты задач для контрольной работы №3

Вариант 1.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 2.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -7 & -5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 3.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -9 & -6 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 4.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -11 & -7 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 5.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -13 & -8 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 6.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & -15 & -9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 7.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -8 & -17 & -10 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 8.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -9 & -19 & -11 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 9.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -10 & -21 & -12 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 10.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -11 & -23 & -13 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 11.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -12 & -25 & -14 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 12.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -13 & -27 & -15 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 13.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -14 & -29 & -16 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 14.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & -31 & -17 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 15.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -16 & -33 & -18 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 16.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -17 & -35 & -19 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 17.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -18 & -37 & -20 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 18.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -19 & -39 & -21 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 19.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -20 & -41 & -22 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 20.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -21 & -43 & -23 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 21.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -22 & -45 & -24 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 22.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -23 & -47 & -25 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 23.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -49 & -26 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 24.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -25 & -51 & -27 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 25.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -26 & -53 & -28 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 26.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -27 & -55 & -29 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 27.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -28 & -57 & -30 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 28.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -29 & -59 & -31 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 29.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -30 & -61 & -32 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 30.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -31 & -63 & -33 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 31.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -32 & -65 & -34 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 32.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -33 & -67 & -35 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 33.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -34 & -69 & -36 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 34.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -35 & -71 & -37 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 35.


$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -36 & -73 & -38 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 36.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -37 & -75 & -39 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Федеральное агентство по образованию Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф-Рабочая программа по дисциплине		

Вариант 37.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -38 & -77 & -40 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 38.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -39 & -79 & -41 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 39.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -40 & -81 & -42 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 40.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -41 & -83 & -43 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 41.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -42 & -85 & -44 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$

Вариант 42.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -43 & -87 & -45 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 0] x(t)$$
