

3. СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

3.1. О синтезе систем управления

Целью синтеза является построение математической модели системы управления, удовлетворяющей требованиям к поведению - ковариантности с заданием, инвариантности к возмущениям, устойчивости и грубости (робастности).

Пусть имеется математическая модель объекта управления со средой. В задачах синтеза алгоритмов управления к объекту (О) или неизменяемой части относят исполнительные механизмы (ИМ) и измерительные элементы (ИЭ), как это показано на рис.3.1. При этом входом $u(t)$ и выходом $y(t)$ расширенного объекта оказываются маломощные сигналы - носители информации.

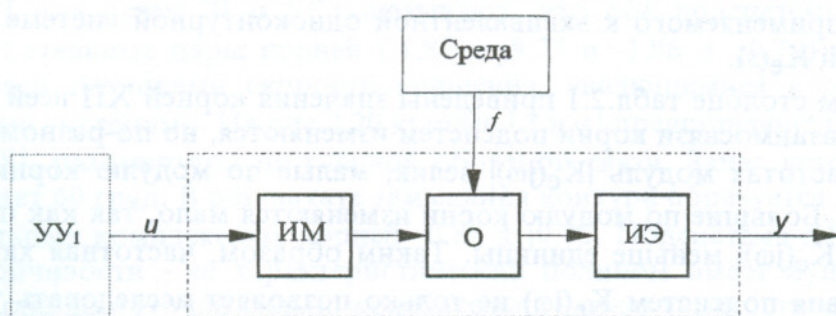


Рис.3.1. Расширенный объект управления

Средствами решения задачи синтеза в указанной постановке являются: выбор структур систем, т.е. элементов и топологии причинно-следственных связей между ними, структур операторов элементов, в частности, алгоритмов управляющих устройств и значений их параметров.

Удовлетворению требований к поведению систем обычно препятствуют динамические свойства объектов управления и других элементов неизменяемой части, недоступность полной априорной информации о свойствах элементов системы и среды, невозможность получения всей текущей информации о состоянии объекта и возмущениях, ограничения на переменные системы и управляющие воздействия.

Более общей по сравнению с синтезом является задача проектирования систем управления. Хотя требования к поведению систем управления являются доминирующими, при проектировании необходимо удовлетворять и другим требованиям и ограничениям, содержащимся в технических заданиях. Это требования надежности систем, их приемлемой стоимости, требования энергетического характера, ограничения, связанные с типом сигналов, массой и габаритами систем, компоновкой элементов и трассировкой связей и т.д. Для расчетов систем по различным требованиям привлекаются соответствующие модели и методы, отличные от рассматриваемых в основных курсах теории управления.

3.2. Задачи синтеза систем управления

Рассмотрим на содержательном уровне некоторые основные задачи синтеза систем управления.

3.2.1. Синтез управляющих воздействий

Приложенное к объекту допустимое управляющее воздействие $u(t) \in \mathcal{U}$ должно обеспечить наилучшее в некотором смысле поведение объекта. Задача синтеза математически ставится как поиск функции времени $u^*(t)$, доставляющей минимум некоторому функционалу

$$J[y(t), u(t), f(t)] \rightarrow \min_{u \in \mathcal{U}}$$

с учетом динамических свойств объекта, ограничений на его переменные состояния, а также тех возмущений $f(t)$, о которых имеется полная априорная информация.

Управляющее воздействие $u^*(t)$ генерируется управляющим устройством УУ₁ (рис.3.1) и обеспечивает оптимальную траекторию движения объекта $y^*(t)$.

Во многих технических объектах оптимальное управление постоянно

$$u^* = \text{const}$$

и обеспечивает оптимальный режим

$$y^* = \text{const},$$

определяемый из требований технологии.

Для нахождения условных экстремалей функционалов в общей теории управления привлекаются методы классического вариационного исчисления, динамического программирования и принцип максимума.

Задачи синтеза управляющих воздействий, как правило, решаются вне рамок теории линейных систем.

3.2.2. Синтез компенсаторов возмущений

Если на объект действуют возмущения $f(t)$, которые не учтены при синтезе оптимального управления $u^*(t)$, то поведение объекта будет отличаться от оптимального. В случае недопустимых отклонений соответствующей траектории (режима) $y^*(t)$ необходимо принять меры по ослаблению влияния возмущений.

Пусть возмущение измеряется непосредственно (рис.3.2). Задачей синтеза является определение алгоритма управляющего устройства УУ₂, в котором происходит переработка текущей информации о возмущении и формирование воздействия $u_2(t)$ на объект. Часть управляющего устройства, формирующую компенсирующее воздействие, называют также компенсатором (К).

Образование канала компенсации, в принципе, может обеспечить абсолютную инвариантность управляемой переменной к непосредственно измеряемому возмущению. При этом в системе реализован принцип управления по разомкнутому циклу.

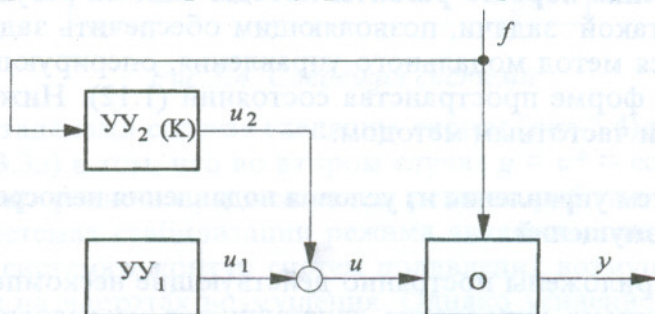


Рис.3.2. Компенсация возмущения

3.2.3. Синтез регуляторов

Оптимальная траектория $y^*(t)$, в частном случае - оптимальный режим $y^*(t) = \text{const}$ - может быть неустойчивой или вариации движений могут затухать недостаточно быстро. Тогда ставится задача стабилизации неустойчивого режима и обеспечения требуемого характера переходных процессов.

Для изменения характера собственных движений необходимо создать систему с обратной связью (рис.3.3а), т.е. реализовать принцип управления по замкнутому циклу. Управляющее устройство УУ₃, обеспечивающее устойчивость и качество процессов в окрестности оптимального режима, называют также регулятором (Р).

Задачей синтеза в этом случае является определение алгоритма регулирования

$$\delta u(t) = R(\delta y(t)),$$

а именно: его типа (структуры) и настроек (параметров).

Вообще говоря, стабилизирующая обратная связь может включаться и иначе (рис.3.3б): измеряется некоторая внутренняя переменная $x(t)$ и на объект оказывается воздействие по дополнительному входу $v(t)$. При наличии нескольких мест возможного включения регулятора возникает задача топологического синтеза - выбора наилучшего места.

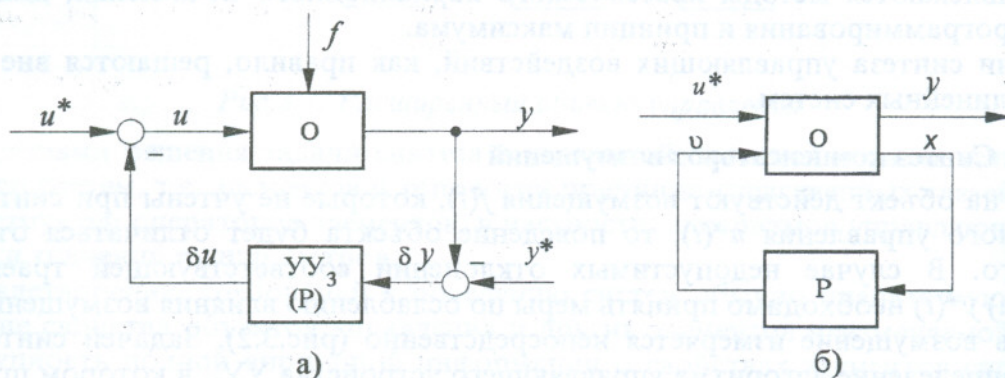


Рис.3.3. Стабилизация неустойчивого режима

Во многих практически важных случаях задача стабилизации решается по линейризованным для малых отклонений от рассматриваемого режима математическим моделям.

В теории управления хорошо развиты методы синтеза регуляторов. Одним из методов решения такой задачи, позволяющим обеспечить заданное размещение корней ХП, является метод модального управления, оперирующий описанием систем в нормальной форме пространства состояний (1.12). Ниже рассматривается решение этой задачи частотным методом.

3.2.4. Синтез систем управления из условия подавления непосредственно неизмеряемых возмущений

Если к объекту приложены постоянно действующие некомпенсированные возмущения $f(t)$, то система управления синтезируется из условия инвариантности управляемой переменной $y(t)$ к возмущениям определенных спектров.

Единственным средством ослабления влияния непосредственно неизмеряемых возмущений является создание контуров с достаточно большим усилением. В таких структурах условие абсолютной инвариантности реализовать нельзя, но могут быть реализованы условия инвариантности до ε и селективной инвариантности (2.8).

Селективная абсолютная инвариантность достигается, если в контуре имеется "модель среды" - ПФ контура имеет полюсы, равные полюсам изображений воздействий, но ПФ пути передачи возмущения таких полюсов не имеет. В результате бесконечного усиления контура на комплексных частотах воздействия обеспечивается нулевая установившаяся ошибка (п.2.3.3). Селективная инвариантность до ε обеспечивается, если на частотах возмущений усиления контура достаточно велики.

3.2.5. Синтез следящих систем управления

Пусть выход объекта - управляемая переменная $y(t)$ должна следовать за задающим воздействием, т.е. должна быть ковариантной с сигналом $g(t)$. Конкретная функция времени $g(t)$ заранее не известна; обычно может быть получена только текущая информация об ошибке слежения

$$e(t) = g(t) - y(t).$$

Переменная ошибки $e(t)$ должна быть инвариантной к заданию $g(t)$, а также к возмущающим воздействиям.

В этом случае создается система с обратной связью (рис.3.4), а целью синтеза является определение алгоритма регулирования:

$$u(t) = R(e(t)),$$

обеспечивающего воспроизведение задающего воздействия с требуемой точностью.

Средством удовлетворения требований является достаточно большое усиление контура и пути передачи на частотах задающего воздействия g .

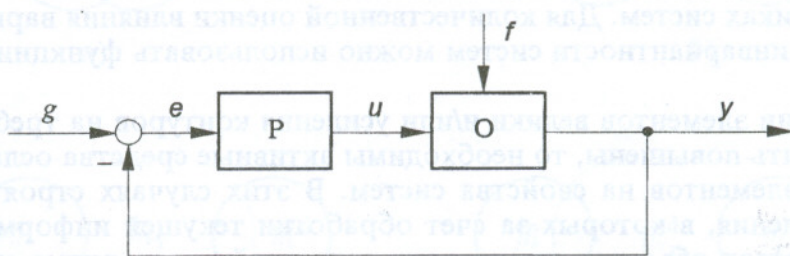


Рис.3.4. Следящая система

Разница между задачами синтеза следящих систем (рис.3.4) и систем подавления возмущений (рис.3.3а) в том, что во втором случае $g = u^* = \text{const}$, т.е. задание меняется сравнительно редко - при изменении режима работы объекта. Основным воздействием в системах стабилизации режима является возмущение $f(t)$. Так же, как и в следящих системах, контур систем подавления возмущения должен иметь большое усиление на частотах возмущения. Однако усиление пути передачи возмущения должно быть много меньше усиления контура на этих частотах.

3.2.6. Коррекция замкнутых систем управления

Создание контуров обратной связи и повышение их усиления, введение в контуры звеньев, ПФ которых имеют полюсы изображений воздействий ("моделей среды"), обычно приводит к тому, что замкнутая система с удовлетворительными установившимися движениями будет иметь плохие переходные процессы или даже окажется неустойчивой. Это часто имеет место, когда спектры воздействий близки к спектру объекта, т.е. усиления контура повышаются на частотах объекта.

Если средства, обеспечивающие инвариантность переменной ошибки к непосредственно неизмеряемым воздействиям, приводят к неустойчивости замкнутой системы, необходимо разрешить это противоречие между качеством установившихся и переходных процессов. Такая задача синтеза называется **коррекцией**.

3.2.7. Синтез систем управления в условиях неполной определенности моделей

Даже при точной реализации алгоритма управления, синтезированного на базе полностью определенной модели, реальная система, вообще говоря, будет иметь другое поведение, так как реальная динамика объекта отличается от модельной. Поэтому любой метод синтеза имеет смысл только в том случае, если он по меньшей мере гарантирует, что малые вариации характеристик элементов не вызовут больших изменений поведения систем. Синтезированная система должна быть грубой - это необходимое условие применимости методов синтеза (п.2.5.4). Практически же требуется робастность основных свойств - система управления должна быть работоспособной при конечных изменениях характеристик элементов.

Можно показать, что передачи замкнутых систем малочувствительны к вариациям характеристик некоторых элементов на частотах, где усиления контуров велики. Наличие контура является необходимым структурным (топологическим) условием стабилизации неустойчивых объектов, ослабления сигнальных и операторных возмущений. В этом состоит универсальность действия обратной связи.

При синтезе систем частотными методами можно качественно контролировать диапазоны частот, на которых вариации характеристик элементов мало скажутся на характеристиках систем. Для количественной оценки влияния вариаций элементов на условия инвариантности систем можно использовать функции чувствительности (п.2.5.2).

Если вариации элементов велики и/или усиления контуров на требуемых частотах не могут быть повышены, то необходимы активные средства ослабления влияния вариаций элементов на свойства систем. В этих случаях строят адаптивные системы управления, в которых за счет обработки текущей информации о динамических свойствах объектов происходит перестройка алгоритма управляющего устройства.

Задачи синтеза адаптивных систем решаются вне рамок линейной теории управления.

3.2.8. Расчет настроек типовых регуляторов

Большинство локальных систем управления промышленной автоматики имеют типовую одноконтурную структуру (рис.3.3а и рис.3.4) с управляющими устройствами, реализующими типовые алгоритмы. Это объясняется универсальностью обратной связи и тем, что динамические свойства большинства объектов

также принадлежат к нескольким типам. Таким образом, системы имеют определенную топологию и структуры операторов, но остаются неопределенными параметры управляющих устройств, которые в системах стабилизации и следящих системах обычно называются регуляторами.

Параметры настроек типовых регуляторов рассчитываются из условий устойчивости, максимизации точности поддержания установившихся режимов, минимизации динамических ошибок.

Предложены рекомендации по выбору настроек типовых регуляторов [4] и разработаны графоаналитические методики расчета [18,19]. В настоящее время для оптимизации систем с типовыми регуляторами привлекаются ЭВМ.

3.3. Формальная постановка задач синтеза систем управления

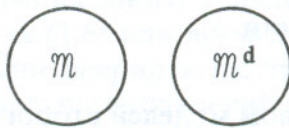
Применение ЭВМ и разработка компьютерных программ заставляют смотреть в новом свете на задачи построения моделей, анализа и синтеза систем управления. Предпосылкой автоматизации процедур решения этих задач является их формализация. Минимально необходимая во многих задачах степень формализации достигается уже при попытке изложения постановок задач с использованием основных понятий теории множеств.

Формально синтез означает выбор на множестве моделей \mathcal{M} с целью выделения подмножества систем \mathcal{M}_c , удовлетворяющих требованиям. Если требования к поведению рассматривать как неявное задание множества удовлетворительных систем (2.1), то результатом синтеза является пересечение множеств (рис.3.5а)

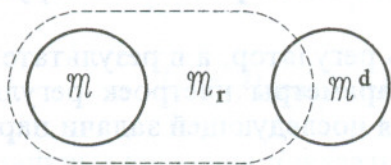
$$\mathcal{M}_c = \mathcal{M} \cap \mathcal{M}^d. \quad (3.1)$$



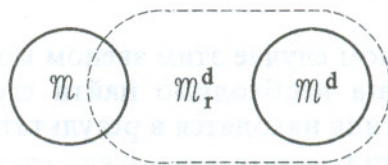
а)



б)



в)



г)

Рис.3.5. Иллюстрация различных ситуаций при синтезе

Если пересечение (3.1) пусто (рис.3.5б), то задача синтеза в исходной постановке не имеет решения. Пересмотр постановки задачи может быть связан с расширением множества исходных систем, т.е. с рассмотрением множества, $\mathcal{M}_r \supset \mathcal{M}$

(рис.3.5в). Это означает расширение диапазонов параметров для случая $\mathcal{M} = M(2)$, усложнение структур операторов для случая $\mathcal{M} = M(1)$ или изменение числа и мест включения варьируемых звеньев для случая $\mathcal{M} = M(0)$. Другой вариант пересмотра постановки задачи сводится к ослаблению требований, что означает расширение множества: $\mathcal{M}_T^d \supset \mathcal{M}$ (рис.3.5г).

Проблемы синтеза во многом обусловлены тем, что элементы множеств \mathcal{M} и \mathcal{M}^d описаны по-разному, вследствие чего невозможно непосредственное выполнение операции теоретико-множественного пересечения (3.1). Возникает задача перевода (трансляции) описаний или отображения моделей.

3.3.1. Задание множества систем

Задача синтеза нетривиальна только в случае, когда множество \mathcal{M} содержит более одного элемента, иначе говоря, имеется исходная неопределенность (подразд.1.6).

Во-первых, элементы множества \mathcal{M} могут различаться параметрами. При этом множество \mathcal{M} является моделью второго ранга неопределенности

$$\mathcal{M} = M(2) = \{M(3)\},$$

т.е. множеством полностью определенных систем третьего ранга. На рис.1.11а иллюстрируется ситуация, когда системы различаются параметрами одного из звеньев, например настройками регулятора.

Во-вторых, элементы исходного множества \mathcal{M} могут различаться структурами операторов звеньев. При этом множество \mathcal{M} является моделью первого ранга неопределенности

$$\mathcal{M} = M(1) = \{M(2)\},$$

т.е. множеством моделей второго ранга.

В результате структурного синтеза выбирается подмножество структур операторов (в частном случае - единственная структура), после чего имеет место рассмотренная выше задача параметрического синтеза. На рис.1.11б иллюстрируется ситуация, когда одно из звеньев системы может иметь различные структуры оператора.

В частном случае этим звеном может быть регулятор, а в результате структурного синтеза необходимо найти его тип. Параметры настроек регулятора выбранного типа находятся в результате решения последующей задачи параметрического синтеза.

В-третьих, множество \mathcal{M} может быть моделью нулевого ранга неопределенности

$$\mathcal{M} = M(0) = \{M(1)\},$$

т.е. представляет собой множество систем с различной топологией.

В результате топологического синтеза выбирается подмножество топологий (в частности, единственная топология). После этого решается задача структурного синтеза. На рис.1.11в иллюстрируется ситуация, когда системы различаются

местом включения одного звена. В результате синтеза необходимо найти наилучшее место включения регулятора или компенсатора, т.е. точки измерения и оказания на объект управляющих воздействий.

Синтез представляет собой повышение ранга моделей R , т.е. уменьшение неопределенности или разнообразия за счет привлечения информации о пожеланиях проектировщика (модели проектировщика в виде множества M^d).

3.3.2. Задание требований при синтезе

В подразд.2.1 требования к системам управления рассматривались как множество систем M , поведение которых удовлетворительно. Общие идеи описания множества M^d были даны в подразд.2.1; ниже они детализируются применительно к задачам синтеза.

В зависимости от того, какие системы (рис.1.1б) описывают множества M и M^d , следует различать задачи или подзадачи синтеза:

- автономных систем (M_S, M_S^d);
- отдельных каналов передач (M_{YSF}, M_{YSF}^d);
- расширенных систем (M_R, M_R^d),

а также постановки задач с учетом дополнительных требований ограниченной чувствительности и робастности.

Выделим три основных способа описания множества требуемых систем M^d .

Во-первых, требования сводятся к обеспечению тождественности некоторых характеристик синтезируемой системы желаемым. Желаемая система M^* описывается в терминах "вход-выход" в форме дифференциального уравнения n -го порядка (1.1), передаточной функции (1.4), частотных (1.6) или временных характеристик. Некоторые методы пространства состояний оперируют с требованиями, выраженными в форме матриц систем дифференциальных уравнений вида (1.12). В ряде частотных методов синтеза желаемая система имеет типовую топологию (как правило, одноконтурную), а ее желаемое поведение задается типовой логарифмической характеристикой разомкнутого контура.

Во-вторых, множество M^d задается в форме ограничений на показатели качества:

$$I_i \leq I_{i \max}; \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

Максимальные значения показателей качества указывают допустимые отклонения от идеальной или желаемой системы M^* . Некоторые из показателей качества приведены в разд.2.

В-третьих, требования при синтезе могут выражаться как условия минимизации мер отклонения систем от идеальной или эталонной системы M^* :

$$I_i = \rho_i(M, M^*) \rightarrow \min; \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

$M \in M$

Иначе говоря, в результате синтеза на множестве \mathcal{M} необходимо найти систему M_0 , ближайшую к эталонной системе M^* в определенном смысле.

Условия (3.3) называются критериями оптимизации, причем в общем случае имеет место задача синтеза как задача многокритериальной (векторной) оптимизации. Меры отклонения $\rho(M, M^*)$ чаще всего принимают вид быстроисчисляемых интегральных квадратичных функционалов (п.2.3.4) и допускают в некоторых случаях и аналитическое решение задачи синтеза.

Оптимизационный характер описания множества \mathcal{M}^d обусловлен меньшей определенностью требований к системам. Когда неизвестны максимально допустимые значения показателей качества (3.2) или желаемая характеристика, проектировщик в результате оптимизации узнает, какие наилучшие процессы можно получить в синтезируемых системах при управляющих устройствах приемлемой сложности.

Следует сказать, что и в случае предыдущих двух форм описания множества \mathcal{M}^d в постановках задач не явно присутствует не обязательно формализованное требование минимизации сложности системы.

3.3.3. Преобразование постановок задач синтеза

Задание множеств вариантов систем \mathcal{M} и требуемых систем \mathcal{M}^d по существу означает постановку задачи синтеза и во многом обуславливает метод ее решения. Вариации различных методов синтеза и их комбинирование связаны с преобразованиями способов задания и форм представления элементов множеств \mathcal{M} и \mathcal{M}^d .

Изменением множества \mathcal{M} принципиально сложные задачи можно свести к более простым, но трудоемким.

Решение задачи структурного синтеза формально сводится к задаче параметрического синтеза, если принять структуру оператора максимальной сложности. Вместо исходной модели первого ранга неопределенности получается модель второго ранга

$$\mathcal{M} = M(1) = \{M(2)\}.$$

Для рассматриваемого класса систем принимаются максимально допустимые степени полиномов ПФ. При равенстве нулю коэффициентов при старших степенях могут быть получены структуры меньшей сложности. В результате получается задача параметрического синтеза максимальной размерности.

Решение задачи топологического синтеза сводится к задаче структурного синтеза, если в граф системы ввести все возможные дуги, т.е. рассматривать систему с максимально сложной топологией. Принимая нулевые операторы звеньев, из них можно получить все возможные топологии. Таким образом, вместо исходной модели нулевого ранга получается модель первого ранга

$$\mathcal{M} = M(0) = \{M(1)\}.$$

В результате приходим к задаче структурного синтеза максимальной сложности. В свою очередь эту задачу можно свести к задаче параметрического синтеза, приняв объединенное множество

$$\mathcal{M} = M(0) = \{\{M(2)\}\},$$

при максимально возможных порядках ПФ всех звеньев.

Следует отметить, что сведение задач синтеза к формально более простым, но большой размерности во многих случаях приводит к трудноразрешимым вычислительным проблемам и может дать избыточно сложные системы.

Изменение способа задания множества требуемых систем \mathcal{M}^d является часто применяемым приемом преобразования постановок задач синтеза.

Пусть на множестве \mathcal{M} нет системы с точно желаемой характеристикой или системы, удовлетворяющей ограничениям (3.2). Если пересмотр постановки задачи в сторону расширения множества \mathcal{M} (рис.3.5в) недопустимо усложняет систему, а приемлемые уступки в требованиях, расширяющие множество \mathcal{M}^d (рис.3.5г), априори неизвестны, то целесообразно изменить способ задания требований. В этой ситуации следует потребовать минимизации показателей качества или других мер отклонения систем от желаемой системы $M^* \in \mathcal{M}^d$, что сводит синтез к оптимизационной задаче.

Выбор или формирование желаемой системы M^* составляет важную часть решения. Существующий произвол в выборе желаемых характеристик M^* используется для учета естественной динамики объекта управления, ограничений на переменные и ресурсы управления, минимизации сложности системы.

Вследствие неоднозначности выбора желаемой системы M^* синтез как приближение характеристик приобретает характер двухуровневого поиска. Проектировщик ведет поиск "наилучшей" желаемой системы, например, конструкции и параметров обобщенного интегрального функционала (2.11), а ЭВМ - поиск на допустимом множестве \mathcal{M} ближайшей к M^* системы.

В том случае, когда требования к процессам управления заданы в виде ограничений на показатели качества (3.2), применение методов синтеза из условия тождественности характеристик предваряется формированием желаемой характеристики. Эта не полностью формализуемая операция по существу означает трансляцию описания требований на язык описания систем.

3.4. Методы синтеза систем управления

К настоящему времени разработано большое разнообразие методов решения задач синтеза систем управления в самых различных постановках, во многом определяемых способами задания множеств \mathcal{M} и \mathcal{M}^d (подразд.3.3). Традиционно эти методы разделяются на три группы с условными названиями:

- аналитические;
- графические;
- численные.

3.4.1. Аналитические методы синтеза

Аналитические методы синтеза линейных систем обычно сводятся к действиям над полиномами, дробно-рациональными функциями, матрицами (числовыми, полиномиальными, дробно-рациональными). Наиболее часто используются алгебраические процедуры раскрытия определителей, решения систем уравнений различных типов, определения собственных значений матриц и корней полиномов.

В аналитических методах синтеза основной этап решения задачи (3.1) преодолевается в общем виде. Можно сказать, что аналитические методы в символьном виде отображают множество требований \mathcal{M}^d на множество систем \mathcal{M} , другими словами, транслируют описание требований на язык описания систем. При этом теоретически решаются принципиальные проблемы существования и единственности искомой системы. Недостаток аналитических методов заключается в том, что они требуют полной определенности постановок задач, не достижимой во многих практических ситуациях. Поэтому аналитические методы должны являться частью более общих процедур синтеза, строящихся как последовательное раскрытие неопределенности.

Метод модального управления [36] решает задачу синтеза собственно системы управления. Множество исходных систем \mathcal{M}_S описывается в форме пространства состояний (1.12):

$$\begin{array}{l} \text{объект} \quad \frac{dv}{dt} = \mathbf{A}v + \mathbf{B}u; \\ \text{регулятор} \quad u = -\mathbf{K}v. \end{array}$$

Здесь имеет место задача параметрического синтеза, элементы множества $\mathcal{M} = M(2)$ различаются параметрами регулятора. Матрица \mathbf{K} коэффициентов обратных связей по переменным состояния объекта v должна быть найдена из условия тождественности собственных значений матрицы замкнутой системы

$$\mathbf{A}_z = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$$

заданному распределению (модель требований \mathcal{M}^d).

Операторные методы позволяют решать задачи синтеза автономных систем (M_S) или отдельных каналов передач (M_{YSF}). Они обеспечивают тождественность операторных полиномов дифференциальных уравнений (1.1) систем желаемым. Синтез сводится к решению систем уравнений относительно коэффициентов регулятора. Структура регулятора и топология системы выбираются так, чтобы эти системы уравнений были совместными.

При решении задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов [36] используются модели в форме пространства состояний (1.12). Матрица коэффициентов обратных связей (регулятора) \mathbf{K} находится из условия минимизации интегральных квадратичных функционалов. Матрицы весовых коэффициентов \mathbf{Q} и \mathbf{R} в функционалах вида (2.11) задают желаемую систему. Параметрический синтез сводится к решению уравнений типа Риккати (Riccati) относительно коэффициентов регулятора.

Комплексно-частотный метод позволяет аналитически найти ПФ регуляторов или звеньев коррекции, обеспечивающих тождественность дробно-рациональных функций комплексного переменного (комплексной частоты) s :

$$W(s) \equiv W^d(s). \quad (3.4)$$

В зависимости от того, какая из характеристик системы выбрана в качестве желаемой, могут быть поставлены различные задачи синтеза - автономной системы (M_S), отдельных каналов передач системы со связями со средой (M_{YSF}) или расширенной системы (M_R).

Множество \mathcal{M} исходных систем в задачах синтеза, решаемых комплексно-частотным методом, иллюстрируется на рис.1.11б - одна из дуг графа синтезируемой системы имеет неопределенные структуру и значения параметров.

На основе зависимости $W(W_K(s))$ характеристики системы $W(s)$ от ПФ выбранного звена $W_K(s)$ с помощью операций над дробно-рациональными функциями (полиномами) решается "обратная задача" - аналитически находится ПФ звена (регулятора, коррекции, компенсатора), обеспечивающего тождество (3.4).

3.4.2. Графические методы синтеза

Классические частотные методы синтеза следящих систем [19] и расчета настроек типовых регуляторов, как правило, являются графическими или графоаналитическими. К графическим относится и метод годографов корней. Это объясняется тем, что в течение длительного времени специалисты стремились к созданию методов анализа, синтеза и идентификации, сводящих к минимуму вычислительные операции, в особенности итерационного типа (вычисление корней, поиск, решение систем уравнений большого размера и др.). Разрабатывались специальные приемы нормировки характеристик, диаграммы, номограммы, таблицы, позволяющие выбирать параметры систем, строить их характеристики без значительных вычислительных затрат.

Классические частотные методы синтеза следящих систем регулирования базируются на тождественности ЛАЧХ разомкнутых контуров

$$L(\omega) \equiv L^d(\omega). \quad (3.5)$$

Постановки задач синтеза, решаемых частотным методом, в принципе, те же, что и задач, решаемых комплексно-частотным методом (п.3.4.1). ЛАЧХ звена коррекции $L_K(\omega)$ находится в результате графических построений. Структура и параметры ПФ звена коррекции подбираются путем графической аппроксимации ЛАЧХ $L_K(\omega)$ отрезками асимптот.

Достоинства и недостатки частотных методов хорошо известны [19,24]. Одним из важнейших достоинств является наглядность формирования желаемой ЛАЧХ $L^d(\omega)$ по требованиям к установившимся и переходным процессам, естественность учета ограничений на область адекватности моделей. Вместе с тем графоаналитические процедуры построения ЛАЧХ звена коррекции по значениям ЛАЧХ исходной и желаемой систем наиболее разработаны для одномерных систем с типовой топологией, а одним из условий их применимости является уверенность в том, что исходная ПФ имеет хорошие нули и полюсы. Это затрудняет не-

посредственное применение частотных методов для синтеза систем с произвольной структурой (топологией), а также в случае неустойчивых, неминимально-фазовых и сильно колебательных объектов.

Частотные методы, использующие возможности компьютерной графики, позволили создать новые методы синтеза многомерных систем [1, 24, 31].

В условиях применения компьютерных средств целесообразна модернизация частотных методов синтеза и для случая одномерных систем управления. Комплексно-частотный метод синтеза из условия тождественности ПФ реализуется путем использования не только вычислительных, но также графических и интерактивных возможностей компьютеров.

Использование графических образов при расчете систем управления на этапах построения и структурного представления моделей, получения решения и отображения результатов является важным условием их "физичности", тесной связи процедур исследования с параметрами объектов и требованиями к поведению систем.

3.4.3. Численные методы синтеза

Численные методы связаны с многократным вычислением характеристик и показателей качества полностью определенных вариантов систем. Показатели качества сопоставляются с требованиями (3.2). Если требования удовлетворены, то вариант системы относится к множеству M_c . Анализ повторяется многократно до исчерпания исходного множества M , которое, разумеется, должно быть конечным.

Синтез, как многовариантный анализ, так или иначе связан с перебором вариантов. Полный перебор применяется в случае не очень большой мощности множества M . Прямой (простой) перебор реализуется с помощью программных средств гибкого редактирования моделей, быстрого построения характеристик и вычисления показателей качества.

В случае большого числа исходных вариантов необходимо применять комбинаторные методы, позволяющие сократить перебор за счет использования априорной информации и текущей информации, получаемой в результате анализа предыдущих вариантов.

Необходимость сокращения перебора прежде всего относится к случаю бесконечного множества M . Из множества M выбирается конечное подмножество, элементы которого и анализируются. Наиболее часто непрерывные диапазоны значений параметров заменяют узлами решетки, равноотстоящими в натуральном или логарифмическом (для больших интервалов) масштабе. Шаги разбиения выбираются с учетом априорной информации о непрерывной зависимости показателей качества от параметров системы.

Поисковые методы синтеза позволяют найти значения параметров, доставляющие минимум показателям качества, или построить поверхности равного значения показателей качества в пространстве параметров без полного перебора. При этом используются весьма разнообразные методы оптимизации или нелинейного программирования [23].

Достоинством численных методов синтеза путем полного перебора и многовариантного анализа является универсальность и надежность. Их недостаток - большая трудоемкость при значительной исходной неопределенности ситуации,

т.е. большой мощности множества \mathcal{M} . Принципиальными проблемами численных методов синтеза являются:

- априорное установление существования решения;
- выделение конечного подмножества анализируемых вариантов, когда исходное множество \mathcal{M} имеет мощность континуума (бесчисленное множество элементов).

Если в описании множества систем \mathcal{M} фигурирует большое число варьируемых в широких диапазонах параметров, существует несколько вариантов структур операторов и мест включения варьируемых звеньев, то решение задач параметрического, структурного и топологического синтеза систем управления требует комбинации различных методов.

3.4.4. Общие требования к программно-методическому обеспечению задач расчета систем управления

В современных технологиях синтеза, использующих компьютерные программы, интегрируются все перечисленные методы - аналитические, графические, численные.

От компьютерных программ требуется максимальная графичность процедур ввода и редактирования моделей, образность формирования требований и отображения результатов.

Интерактивный характер синтеза должен поддерживаться за счет быстроты выполнения вычислительных процедур, что обеспечивается наиболее полным использованием аналитических методов и символьных алгоритмов, применения эффективных численных алгоритмов решения систем уравнений, поиска корней полиномов и собственных значений матриц, условных экстремумов функций и т.д.

Компьютерные методы синтеза должны поддерживаться программными средствами, максимально "дружественными" к проектировщику, обладающими определенным уровнем "интеллекта".

Важнейшим требованием к программно-методическому обеспечению является избавление проектировщика от вспомогательных действий, отвлекающих от решения основных задач. При анализе - это объяснение поведения систем через свойства элементов (подсистем) и структуру причинно-следственных связей между ними. При синтезе основной задачей является выбор элементов и структуры системы для удовлетворения требований к поведению.

При разработке программно-методического обеспечения, выборе форм представления моделей и сочетании методов расчета следует опираться на принципы системологии [13], в первую очередь, на принципы рекуррентного объяснения и неизбыточности.

Разработано множество методов и компьютерных программ для решения задач синтеза систем управления [1,30]. Ниже рассматриваются методы синтеза замкнутых систем регулирования, использующие преимущественно комплексно-частотную область представления моделей и программу CLASSiC для персональных компьютеров.

3.5. Синтез по требованиям к установившимся процессам

Пусть заданы модель объекта или неизменяемой части системы и модель среды - тип и параметры возмущения $f(t)$.

На рис.3.6 приведен пример структурной схемы объекта. Пусть объект устойчив. Требования ограничивают установившуюся реакцию переменной $y(t)$ на это возмущение

$$\max |y_y(t)| \leq y_{y\max} \cdot \quad (3.6)$$

В виде дополнительного условия может быть ограничена чувствительность установившейся реакции к вариациям свойств объекта. В данном случае это есть задание множества требуемых систем M^d .

Если анализ покажет, что требование (3.6) не удовлетворяется, то необходимо построить систему управления, т.е. решить задачи топологического, структурного и параметрического синтеза.

3.5.1. Топологический синтез

Пусть возмущение нельзя измерять непосредственно, что исключает создание системы компенсации, функционирующей по принципу разомкнутого управления (п.3.2.3).

Необходимым топологическим условием ослабления реакции объекта по выходу $y(t)$ на неизмеряемое возмущение $f(t)$ является наличие контура, касающегося пути передачи возмущения.

Контур, как правило, создается за счет измерения и преобразования выходной переменной объекта $y(t)$ датчиком, обработки информации в управляющем устройстве (регуляторе) по некоторому алгоритму и оказания на объект управляющего воздействия $u(t)$ с помощью исполнительных механизмов. В общем случае сложных объектов вместо управляемой переменной может измеряться другая (внутренняя) переменная объекта $x_i(t)$. Возмущение $f(t)$ может быть приложено к произвольной точке объекта, а объект - иметь несколько входов управления. На структурной схеме объекта (рис.3.6) стрелками указаны переменные, доступные для измерения, - выход y и внутренние переменные объекта x_1, x_2, x_3 , а также места оказания управляющих воздействий u_1, u_2 .

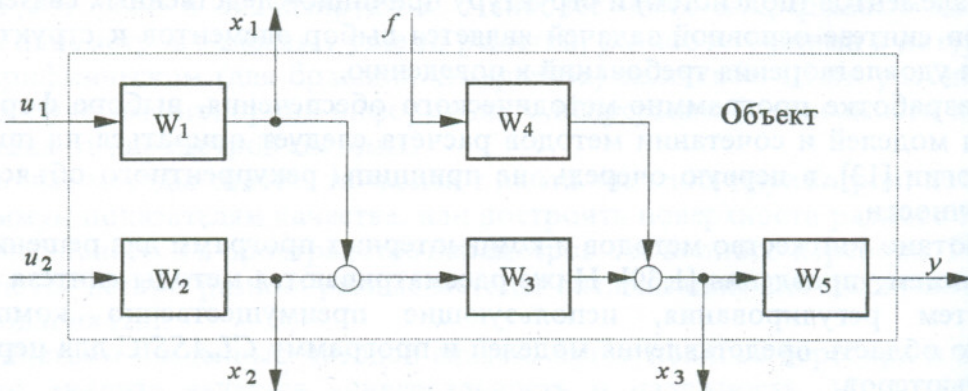


Рис.3.6. Структурная схема объекта управления

Задача топологического синтеза сводится к выбору точек измерения и управления.

На рис.3.7 приведена модель объекта в форме сигнального графа и показаны варианты введения дуг обратной связи. Эти варианты образуют исходное множество $\mathcal{M} = M(0)$, на котором следует выбрать подмножество графов с необходимой топологией.

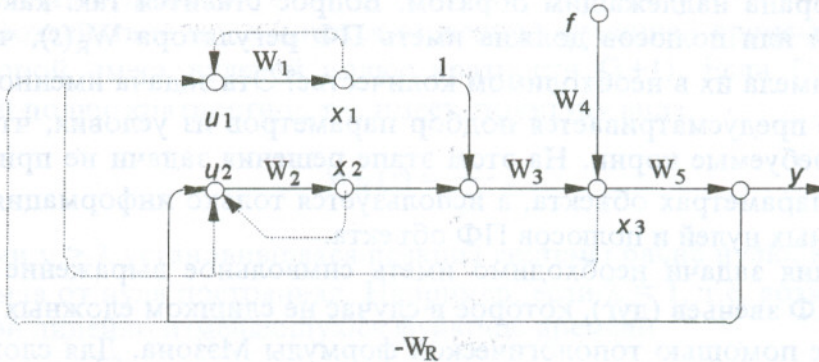


Рис.3.7. Варианты топологий систем управления

Необходимому топологическому условию удовлетворяют четыре варианта введения дуг обратной связи, т.е. регуляторов $\{(u_1, y), (u_1, x_3), (u_2, y), (u_2, x_3)\}$. Легко убедиться, что для остальных двух вариантов $\{(u_1, x_1), (u_2, x_2)\}$ контуры не касаются пути. Здесь ПФ системы по возмущению равна ПФ пути в исходном объекте

$$\Phi_{yf}(s) = W_4(s) W_5(s)$$

с точностью до неуправляемой и ненаблюдаемой частей. Эти варианты топологий должны быть отброшены.

Дополнительным соображением, привлекаемым для уменьшения числа вариантов топологий, является требование уменьшения чувствительности установившихся процессов к вариациям характеристик объекта. Если варьирует или не вполне определена ПФ $W_5(s)$, то необходимым топологическим условием уменьшения влияния этого звена является его охват обратной связью. Таким образом, остаются два варианта включения регуляторов $\{(u_1, y), (u_2, y)\}$.

Из двух оставшихся вариантов при прочих равных условиях предпочтителен тот, при котором выше усиление объекта по каналу управления на частотах возмущения. Пусть в рассматриваемом примере этим вариантом будет (u_2, y) . На рис.3.7 выбранная дуга проведена непрерывной линией.

3.5.2. Структурный синтез

Задачей структурного синтеза является выбор порядка или типа ПФ регулятора $W_R(s)$.

Как было показано в п.2.3.3, нулевая установившаяся реакция (селективная абсолютная инвариантность) имеет место, если ПФ системы $\Phi_{yf}(s)$ имеет нули, равные полюсам $\{s_k\}$ изображения возмущения $F(s)$ необходимой кратности. Если кратность нуля на единицу меньше, то имеем отличную от нуля, но ограниченную установившуюся реакцию (селективная вариантность до ε).

Требуемые нули ПФ

$$\Phi_{yf}(s) = W_4(s) W_5(s) = \frac{B_{yf}(s)}{D_{yf}(s)},$$

т.е. корни полинома ее числителя $B_{yf}(s)$ можно получить, если структура (тип) регулятора выбрана надлежащим образом. Вопрос ставится так: какое число требуемых нулей или полюсов должна иметь ПФ регулятора $W_R(s)$, чтобы ПФ системы $\Phi_{yf}(s)$ имела их в необходимом количестве? Эта задача именно структурная, поскольку не предусматривается подбор параметров из условия, чтобы полином $B_{yf}(s)$ имел требуемые корни. На этом этапе решения задачи не привлекается информация о параметрах объекта, а используется только информация о наличии и числе требуемых нулей и полюсов ПФ объекта.

Для решения задачи необходимо иметь символьное выражение ПФ системы $\Phi_{yf}(s)$ через ПФ звеньев (дуг), которое в случае не слишком сложных графов удобно получать с помощью топологической формулы Мэсона. Для сложных случаев (десятки дуг) требуются специальные алгоритмы подсчета числа нулей и полюсов ПФ объекта по рассматриваемому каналу.

Для примера графа (рис.3.7) ПФ имеет вид:

$$\Phi_{yf}(s) = \frac{P_{yf}(s)}{\Delta(s)} = \frac{P_{yf}(s)}{1 + W_0(s)} = \frac{W_4(s) W_5(s)}{1 + W_2(s) W_3(s) W_5(s) W_R(s)}. \quad (3.7)$$

В выражении (3.7) обозначены:

$P_{yf}(s)$ - ПФ пути;

$\Delta(s)$ - определитель графа;

$W_0(s)$ - ПФ контура.

Обратим внимание на то, что часть объекта с ПФ $W_1(s)$ не входит в это выражение. Действительно, в силу топологических особенностей системы эта часть объекта оказывается неуправляемой и ненаблюдаемой по рассматриваемому каналу f -у.

С учетом обозначений:

$$W_2(s) = \frac{B_2(s)}{D_2(s)}; \quad W_3(s) = \frac{B_3(s)}{D_3(s)}; \quad W_4(s) = \frac{B_4(s)}{D_4(s)}; \quad W_5(s) = \frac{B_5(s)}{D_5(s)}; \quad W_R(s) = \frac{B_R(s)}{D_R(s)};$$

из (3.7) можно получить

$$B_{yf}(s) = B_4(s) B_5(s) D_2(s) D_3(s) D_R(s). \quad (3.8)$$

Для упрощения рассуждений положим, что ПФ объекта не имеют нулей и полюсов, равных спектру возмущения, т.е. полюсам изображения $F(s)$. Тогда, как видно из выражения (3.8), ПФ системы имеет такие нули в необходимом числе, если ПФ регулятора $W_R(s)$ имеет в необходимом количестве такие полюсы.

В результате ПФ регулятора будет частично "похожей" на изображение возмущения. В соответствии с принципом "внутренней модели" в хорошей системе должна присутствовать модель среды. Это означает, что учет априорной информации о возмущениях в алгоритме управления улучшает качество процессов управления.

Приведем примеры двух случаев типовых возмущений в виде степенной (1.17) и гармонической (1.18) функций.

1. Пусть воздействие моделируется степенной функцией времени (1.17), изображение которой имеет нулевой полюс кратности $(\lambda+1)$. Если ПФ регулятора имеет нулевой полюс кратности ν , т.е. имеет структуру вида:

$$W_R(s) = \frac{k_\nu}{s^\nu},$$

то при условии $\nu > \lambda$ установившаяся реакция системы равна нулю, а при условии $\nu = \lambda$ - отличная от нуля постоянная. Например, если $\lambda = 1$, т.е. возмущение представляет собой линейно изменяющуюся функцию времени

$$f(t) = f_1 t,$$

то регулятор с астатизмом первого порядка ($\nu = 1$):

$$W_R(s) = \frac{k_1}{s}$$

обеспечит постоянную установившуюся реакцию, а регулятор с астатизмом второго порядка ($\nu = 2$) - нулевую установившуюся реакцию.

2. Пусть воздействие моделируется гармонической функцией времени (1.18), изображение которой имеет мнимые полюсы $\pm j\omega_f$. Если принять регулятор в виде консервативного звена:

$$W_R(s) = \frac{k_R}{(s^2 + \omega_f^2)},$$

то на выходе системы амплитуда установившихся колебаний будет равной нулю. Если же принять пропорциональный регулятор

$$W_R(s) = k_R,$$

то амплитуда колебаний будет отличной от нуля.

Это и есть результаты структурного синтеза в приведенных примерах.

В общем случае, когда ПФ объекта по каналам возмущения и управления имеют некоторое число нулей и/или полюсов, равных спектру воздействия, это следует учесть при выборе структуры регулятора.

3.5.3. Параметрический синтез

Если в системе обеспечена селективная абсолютная инвариантность, то при любом значении коэффициентов передачи регулятора установившаяся реакция системы на соответствующие воздействия равна нулю. Это свойство не зависит от параметров объекта и уровня воздействия, т.е. является робастным.

В случае селективной инвариантности до ε установившаяся реакция отлична от нуля и необходимо выбрать значение коэффициента передачи регулятора для удовлетворения требованию (3.6).

Рассмотрим, как выбираются параметры регулятора в случае типовых воздействий.

1. Пусть обеспечено структурное условие (п.3.5.2) ограниченной установившейся реакции системы на степенное воздействие (1.17). Запишем изображение реакции системы на возмущение в следующем виде:

$$Y(s) = F_{yf}(s) \cdot F(s) = \frac{1}{1 + W_0(s)} F_p(s),$$

где:

$$W_0(s) = W_2(s) W_3(s) W_5(s) W_R(s) = \frac{1}{s^\nu} W_0'(s)$$

- ПФ разомкнутого контура;

$$F_p(s) = W_4(s) W_5(s) F(s) = \frac{F_{p\lambda}}{s^{\lambda+1}}$$

- изображение приведенного к выходу системы возмущения.

Коэффициент передачи контура

$$K_{0\nu} = W_0'(0)$$

должен выбираться из условия :

$$K_{0\nu} \geq \frac{F_{p\lambda}(0)}{y_{\max}} \quad (3.9)$$

для астатических систем при степенных воздействиях ($\nu = \lambda > 0$) и из условия

$$K_{00} \geq \frac{F_{p0}(0)}{y_{\max}} \quad (3.10)$$

для статических систем при постоянном воздействии ($\nu = \lambda = 0$).

Коэффициент передачи регулятора k_R определяется с учетом значения коэффициента усиления объекта по каналу управления.

2. В том случае, когда к объекту приложено гармоническое воздействие (1.18) с приведенной амплитудой A_{fp} и частотой ω_f , коэффициент усиления контура выбирается из условия

$$|W_0(j\omega_f)| \geq \frac{A_{fp}}{A_{y\max}} - 1,$$

или приближенно:

$$|W_0(j\omega_f)| \geq \frac{A_{fp}}{A_{y\max}}. \quad (3.11)$$

Условие (3.11) означает, что логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутого контура $L_0(\omega)$ на частоте ωf должна проходить не ниже контрольной точки (рис.3.8):

$$L_k(\omega f) = 20 \lg \frac{A_{fp}}{A_{y\max}}. \quad (3.12)$$

Из условия (3.12) легко получить значение коэффициента усиления регулятора k_{01} .

Если воздействия $f(t)$, приложенные к объекту, моделируются как степенными (1.17), так и гармоническими (1.18) функциями времени, то структура и параметры регулятора выбираются с учетом обоих типов воздействий.

В результате параметрического синтеза системы управления по требованиям к установившимся процессам (медленным движениям) оказывается сформированной желаемая частотная характеристика контура в низкочастотной области. На рис.3.8 приведен пример ЛАЧХ разомкнутого контура системы с астатизмом первого порядка ($\nu=1$), ослабляющей в 100 раз (на 40 дБ) амплитуды приведенных гармонических возмущающих воздействий с частотой $\omega = 0.1 \text{ с}^{-1}$.

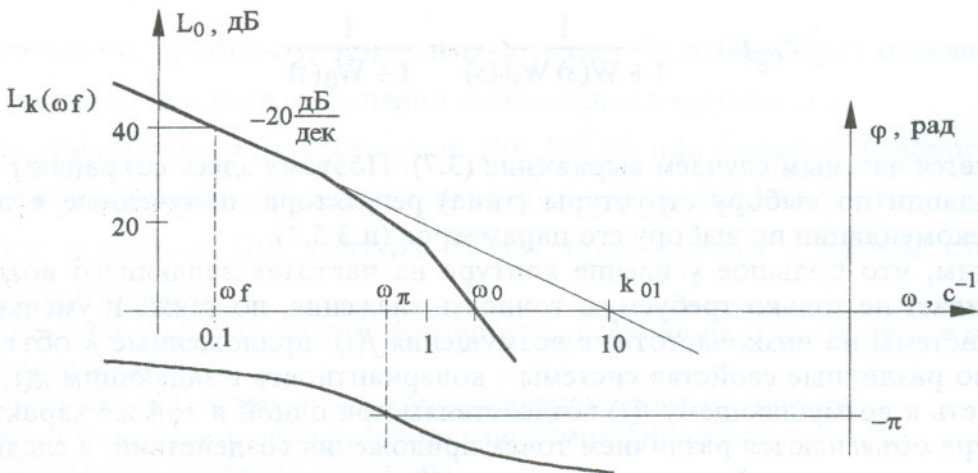


Рис.3.8. Пример асимптотической ЛЧХ

Поскольку добротность контура по скорости $k_{01} = 100 \text{ с}^{-1}$, то в соответствии с формулой (3.9) можно утверждать, что в случае линейно изменяющегося воздействия

$$f(t) = f_1 t$$

установившаяся реакция системы будет равна

$$y_y = 0.1 f_{p1} = 0.1 W_4(0) W_5(0) f_1.$$

3.5.4. Особенности синтеза следящих систем

Следящая система должна воспроизводить на выходе объекта изменяющееся во времени задающее воздействие, из чего следует, что переменная $y(t)$ должна бы

ковариантной с переменной $g(t)$. Однако, если за выход системы принять ошибку $e(t)$, то она должна быть инвариантной к задающему воздействию.

Следящие системы строятся по замкнутому циклу с отрицательной обратной связью.

Рассмотрим модель следящей системы в форме структурной схемы (рис.3.9а) и сигнального графа (рис.3.9б).

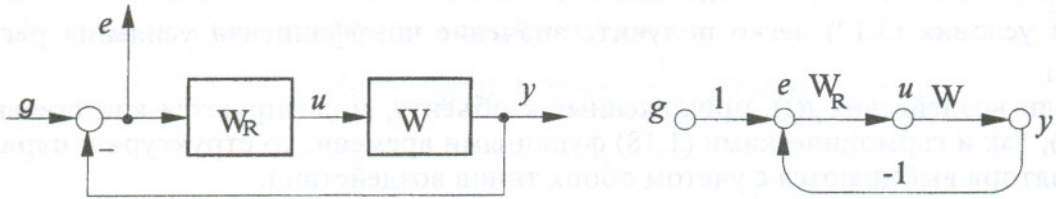


Рис.3.9. Модель следящей системы

Поскольку ПФ пути от задания $g(t)$ до переменной ошибки $e(t)$ равна единице ($P_{eg}(s) \equiv 1$), то ПФ системы из (3.7) равна

$$\Phi_{eg}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_R(s)} = \frac{1}{1 + W_0(s)}, \quad (3.13)$$

т.е. является частным случаем выражения (3.7). Поэтому здесь сохраняют силу все рекомендации по выбору структуры (типа) регулятора, полученные в п.3.5.2, а также рекомендации по выбору его параметров (п.3.5.3).

Заметим, что большое усиление контура на частотах задающего воздействия обеспечивает не только требуемую точность слежения, но также и уменьшает реакцию системы на низкочастотные возмущения $f(t)$, приложенные к объекту. Совершенно различные свойства системы - ковариантность с задающим $g(t)$ и инвариантность к возмущающему $f(t)$ воздействиям при одной и той же характеристике контура объясняются различием точек приложения воздействий, а следовательно - характеристик путей их передач к выходу.

3.6. Коррекция систем управления

В результате синтеза систем управления из условия подавления неизмеряемых возмущений и воспроизведения заданий с требуемой установившейся точностью получается, как правило, неустойчивая или недопустимо колебательная замкнутая система (см., например, рис.3.8). Возникает необходимость решения второй части задачи синтеза, стабилизации системы и удовлетворения требований к переходным процессам при сохранении достигнутого качества установившихся движений. Это достигается коррекцией алгоритма управляющего устройства (п.3.2.6). Коррекция предполагает введение в структурную схему (граф) новых звеньев (дуг).

3.6.1. Топологический синтез

В результате топологического синтеза на этапе коррекции системы должно быть выбрано место включения звена (дуги) коррекции.

Необходимым топологическим условием коррекции контурной части является вхождение дуги коррекции в тот же сильный граф. Действие дуги коррекции наиболее эффективно, если она входит в корректируемый контур (последовательная коррекция - позиция 1 дуги коррекции по отношению к контуру), либо - в контур, касающийся корректируемого (позиция 2 - например, коррекция в виде местной обратной связи). Параллельная коррекция (позиция 2) - дуга коррекции образует новые пути от воздействия до выхода.

3.6.2. Структурно-параметрический синтез. Формирование желаемой ПФ

Передаточные функции звеньев коррекции $W_K(s)$ определяются из условия тождественности ПФ скорректированного контура системы $W_{OC}(s)$ желаемой ПФ $W_0^d(s)$:

$$W_{OC}(W_K(s)) \equiv W_0^d(s). \quad (3.14)$$

Тождественность дробно-рациональных функций $W_{OC}(s)$ и $W_0^d(s)$ означает равенство их значений для любых значений комплексного аргумента s .

Выбор типа и параметров желаемой ПФ $W_0^d(s)$ при заданной топологии включения звена коррекции определяет структуру и параметры ПФ $W_K(s)$.

Выбор желаемой ПФ контура $W_0^d(s)$ производится с учетом следующих основных требований:

- сохранение ранее достигнутой точности установившихся процессов и малой чувствительности;
- обеспечение устойчивости и качества переходных процессов;
- невмешательство в область моделируемой динамики;
- минимизация сложности системы.

Основу частотного метода синтеза составляет процедура формирования желаемой амплитудно-частотной характеристики контура с учетом расположения и типа нулей и полюсов ПФ исходной системы.

Асимптотические ЛАЧХ несут информацию о модулях нулей и полюсов, однако необходимо дополнительно указать их тип - действительные или комплексные, левые или правые.

ЛАЧХ контура формируется относительно независимо в областях низких, средних и высоких частот. При этом необходимо руководствоваться следующими положениями:

- низкочастотные асимптоты исходной и желаемой ЛАЧХ должны совпадать;
- в области средних частот желаемая ЛАЧХ должна иметь типовой вид, в частности, в окрестности частоты среза отрезок асимптоты желаемой ЛАЧХ должен иметь наклон -20 дБ/дек;
- наклоны высокочастотных отрезков асимптот желаемой ЛАЧХ должны повторять наклоны асимптот исходной ЛАЧХ.

Желательно, чтобы желаемая ЛАЧХ проходила не выше исходной на всех частотах. Обязательно, чтобы желаемая ЛАЧХ в области немоделируемой динамики имела малые значения.

На рис.3.10 изображены примеры исходной $L_0(\omega)$ и желаемой $L^d(\omega)$ ЛАЧХ разомкнутого контура.

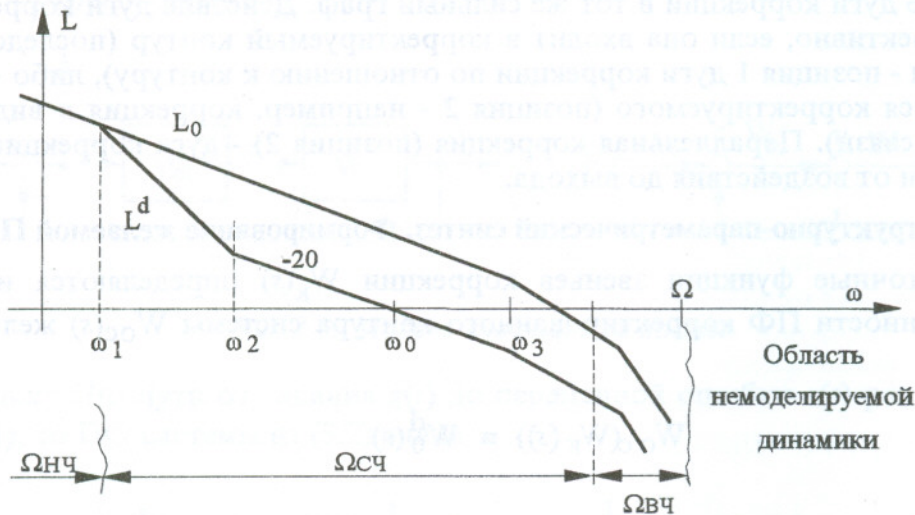


Рис.3.10. Примеры ЛАЧХ

Формировать желаемую ПФ $W_0^d(s)$ можно последовательно умножая исходную ПФ на типовые функции $W_i(s)$:

$$W_0^d(s) = W_0(s) \prod_i W_i(s),$$

что равносильно введению дополнительных нулей и полюсов. Некоторые из новых нулей и полюсов могут компенсировать исходные.

Если ПФ контура умножить на выражение

$$W_i(s) = \frac{1}{1 + (1/a)s},$$

то действительный отрицательный полюс (-a) изменит на -20 дБ/дек наклоны отрезков асимптот справа от частоты $\omega = a$. Умножение ПФ на функцию

$$W_i(s) = 1 + (1/b)s,$$

т.е. введение нуля (-b), изменяет наклоны отрезков справа от частоты ($\omega = b$) на +20 дБ/дек. Умножение на выражения

$$W_i(s) = \frac{s+c}{s},$$

$$W_i(s) = \frac{s}{s+d}$$

изменяет наклоны на ± 20 дБ/дек левее частот $\omega = c$ и $\omega = d$. В общем случае могут использоваться функции $W_i(s)$ с комплексными и правыми нулями и полюсами.

3.6.3. Структурно-параметрический синтез. Вычисление ПФ звена коррекции

Традиционные методики частотного синтеза позволяют графически построить ЛАЧХ $L_K(\omega)$ звена коррекции в случае типовых способов его включения в одно-контурные системы. Порядок и параметры ПФ $W_K(s)$ звена коррекции подбираются в результате графической аппроксимации ЛАЧХ $L_K(\omega)$ отрезками асимптот.

Компьютеризация частотного метода дает возможность аналитического получения ПФ звена коррекции $W_K(s)$ при любой топологии системы и произвольном месте включения звена коррекции.

3.6.4. Неполнота характеристик контура и неподвижные полюсы

Как было указано в подразд. 2.4, взаимная компенсация нуля и полюса ПФ, т.е. образование нетривиальных общих делителей полиномов числителя и знаменателя ПФ, приводит к неполноте частотных характеристик (часть свойств контура не находит отражения на этих характеристиках).

При замыкании контура скомпенсированные полюсы ПФ $W_{OC}(s)$ не изменяются. Действительно, пусть ПФ скорректированного контура имеет вид:

$$W_{OC}(s) = \frac{B_{OC}(s)}{D_{OC}(s)} = \frac{B^d(s)}{D^d(s)} \cdot \frac{D_1(s)}{D_1(s)},$$

где через D_1 обозначен нетривиальный общий делитель, появившийся в результате компенсации нулей и/или полюсов. Характеристический полином замкнутой системы равен сумме полиномов числителя и знаменателя ПФ контура

$$D(s) = D_{OC}(s) + B_{OC}(s) = (D^d(s) + B^d(s))D_1(s) = D^d(s)D_1(s).$$

Как видно, ХП будет иметь корни, в точности равные скомпенсированным полюсам.

Отсюда следует, что при формировании желаемой ЛАЧХ контура необходимо контролировать, какие именно нули и полюсы взаимно компенсируются. Нельзя компенсировать нули и полюсы, находящиеся в правой полуплоскости или недопустимо колебательные.

Классические графические частотные методы синтеза не обеспечивают возможности такого контроля, поэтому при их применении заранее необходимо быть уверенным в отсутствии у ПФ исходной системы $W_o(s)$ плохих нулей и полюсов. Обычно требуют, чтобы все ПФ были минимально-фазовыми.

3.7. Комплексно-частотный метод синтеза стабилизирующих обратных связей

Если анализ покажет, что режим функционирования объекта неустойчив, то необходимо построить систему автоматической стабилизации (п.3.2.3).

Требования к синтезу определяют характер собственных движений. В аналитических методах синтеза либо указываются требуемые значения корней ХП системы, либо желаемый характер процессов косвенно задается как экстремаль ин-

тегрального квадратичного функционала (2.11). Алгоритм регулятора может быть получен различными методами.

С помощью графических процедур классических частотных методов задача стабилизации неустойчивых объектов не решается. В п.3.4.1 кратко даны постановки задач модального управления и аналитического конструирования оптимальных регуляторов, решаемых на моделях объекта в форме пространства состояний.

Ниже дается комплексно-частотный метод структурно-параметрического синтеза стабилизирующих обратных связей, в котором желаемое расположение доминирующих корней ХП системы определяется типом и параметрами среднечастотного участка асимптотической ЛАЧХ.

3.7.1. Топологический синтез

Существуют два средства изменения собственных свойств объекта (системы) - внутреннее и внешнее.

Внутреннее средство стабилизации означает синтез на нижележащем ($L-1$)-м уровне. Примером использования этого средства является коррекция неустойчивой системы (подразд. 3.6). Синтез осуществляется методами теории управления, если раскрытая модель объекта является ориентированной взаимосвязью элементов направленного действия, т.е. $L - 1 \neq 0$.

В том случае когда модель объекта представляется в форме системы дифференциальных уравнений в не причинно-следственной форме (1.7), т.е. $L = 0$, задача изменения его свойств решается на основе соответствующих принципиальных схем физических систем с сосредоточенными компонентами методами теории цепей (электрических, механических и др.).

Наконец, если модель объекта дана в терминах "вход-выход" ("черный ящик"), то задача стабилизации внутренними средствами не решается из-за отсутствия необходимой информации.

Стабилизация объекта внешними средствами означает подключение к объекту дополнительных элементов - датчиков, исполнительных механизмов и управляющих устройств, т.е. создание системы управления L -го уровня.

Задачей топологического синтеза является выбор точек съема требуемой информации о состоянии объекта и наиболее эффективных точек оказания на объект управляющих воздействий.

Необходимым топологическим условием изменения положения корней ХП является охват объекта обратной связью (рис.3.11).

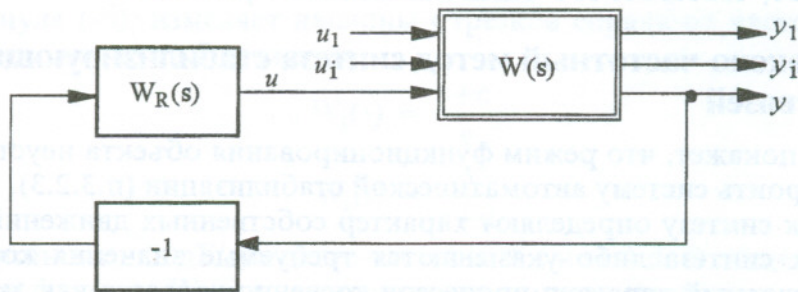


Рис.3.11. Объект, охваченный отрицательной обратной связью

Топологический синтез сводится к выбору наилучшей пары "вход-выход", иначе - наилучшего места включения стабилизирующей обратной связи.

Использование информации о внутренней организации объекта (подсистемы L -го уровня) позволяет сократить число вариантов топологий. Для этого следует выделить неустойчивый элемент или сильный компонент графа, которые должны стабилизироваться, т.е. принадлежать вновь создаваемой контурной части.

Рассмотрим пример объекта, приведенный в подразд. 3.5 (рис.3.6). Допустим, что анализ выявил неустойчивое звено с ПФ $W_1(s)$. Ясно, что только варианты обратной связи, использующие вход u_1 , удовлетворяют необходимому топологическому условию.

Если информации о внутренней организации объекта нет, то решение о выборе наилучшей пары "вход-выход" принимается на основе анализа характеристик объекта.

Пара "вход-выход" должна удовлетворять условию стабилизируемости - полной управляемости и наблюдаемости неустойчивой части объекта по рассматриваемому каналу (подразд.2.4). Как было показано в п.3.6.4, если ПФ контура имеет диполи - равные друг другу нули и полюсы, то ХП замкнутой системы имеет в точности такие корни. Следовательно, ПФ объекта по выбранной паре "вход-выход" не должна иметь нулей, компенсирующих перемещаемые полюсы. Практическим условием стабилизируемости является достаточно сильное отличие модулей плохих нулей ПФ от модулей перемещаемых полюсов.

Как следует из теории корневых годографов [18,19], охват обратной связью перемещает различные корни ХП объекта не в одинаковой степени. Наиболее подвижными являются корни, модули которых принадлежат диапазону частот Ω_1 , где усиление контура велико

$$\forall \omega \in \Omega_1 : L_0(\omega) = 20 \lg |W_0(j\omega)| > 20 \text{ дБ.}$$

Корни ХП, модули которых принадлежат диапазону частот, где усиление контура мало

$$\forall \omega \in \Omega_2 : L_0(\omega) < -20 \text{ дБ,}$$

в результате его замыкания перемещаются незначительно.

Таким образом, количественным критерием выбора места включения обратной связи может являться максимизация модуля ЧХ объекта на возможных парах "вход-выход" (u_j, y_i) :

$$L(\omega) \rightarrow \max_{\{(u_j, y_i)\}}$$

При прочих равных условиях следует предпочесть ту пару "вход-выход", для которой усиление объекта на частотах перемещаемых корней максимально.

3.7.2. Структурно-параметрический синтез

Выбор типа и параметров желаемой ПФ контура $W_0^d(s)$ однозначно определяет структуру и параметры регулятора - ПФ $W_R(s)$, которая находится из соотношения

$$W_0^d(s) \equiv W_R(s) W(s). \quad (3.15)$$

Желаемая ПФ

$$W_0^d(s) = \frac{B_0^d(s)}{D_0^d(s)}$$

также однозначно определяет желаемый ХП замкнутой системы стабилизации

$$D^d(s) = D_0^d(s) + B_0^d(s). \quad (3.16)$$

Таким образом, выбирая структуру и параметры желаемой ПФ контура, проектировщик задает и желаемое расположение корней ХП системы.

Из тождества (3.15) с учетом:

$$W(s) = \frac{B(s)}{D(s)}, \quad W_R(s) = \frac{B_R(s)}{D_R(s)}, \quad W_0^d(s) = \frac{B_0^d(s)}{D_0^d(s)}$$

можно записать ПФ регулятора

$$W_R(s) = \frac{B_0^d(s) \cdot D(s)}{D_0^d(s) \cdot B(s)}. \quad (3.17)$$

Пусть ПФ объекта $W(s)$ и желаемая ПФ контура $W_0^d(s)$ имеют некоторое число равных нулей и полюсов, т.е. их полиномы имеют нетривиальные общие делители $b(s)$, $d(s)$:

$$B(s) = B_1(s)b(s); \quad B_0^d(s) = B_{01}^d(s)b(s); \quad D(s) = D_1(s)d(s); \quad D_0^d(s) = D_{01}^d(s)d(s). \quad (3.18)$$

После их сокращения из (3.17) получим упрощенную ПФ регулятора

$$W_{R1}(s) = \frac{B_{01}^d(s)D_1(s)}{D_{01}^d(s)B_1(s)}. \quad (3.19)$$

Чем большее число нулей и полюсов желаемой ПФ $W_0^d(s)$ совпадают с нулями и полюсами ПФ объекта, тем проще регулятор.

Введем регулятор с ПФ (3.19) в систему. ПФ разомкнутого контура будет равна

$$W_{O\ d}(s) = W_{R1}(s)W(s) = \frac{B_{01}^d(s)D_1(s)B(s)}{D_{01}^d(s)B_1(s)D(s)}. \quad (3.20)$$

Если учесть (3.18), то выражение (3.20) запишется так:

$$W_{oc}(s) = \frac{B_{oc}(s)}{D_{oc}(s)} = \frac{B^d(s)}{D^d(s)} \cdot \frac{B_1(s)D_1(s)}{B_1(s)D_1(s)} = W_0^d(s) \frac{B_1(s)D_1(s)}{B_1(s)D_1(s)}. \quad (3.21)$$

Таким образом, ПФ стабилизирующего контура $W_{oc}(s)$ тождественна с желаемой ПФ $W_0^d(s)$ с точностью до неполной части контура с ХП

$$D_N(s) = B_1(s)D_1(s). \quad (3.22)$$

При замыкании контура положение корней полинома $D_N(s)$ не изменяется ("неподвижные корни"). Действительно, поскольку ХП замкнутой одноконтурной системы с единичной обратной связью равен сумме полиномов знаменателя и числителя ПФ контура, из (3.21) следует:

$$D(s) = D_{oc}(s) + B_{oc}(s) = (D^d(s) + B^d(s))B_1(s)D_1(s) = D^d(s)D_N(s). \quad (3.23)$$

Как видно из выражения (3.23), ХП замкнутой системы равен желаемому (3.16), умноженному на ХП неполной части контура (3.22). В общем случае получается система более высокого порядка, чем желаемая система.

Неполная часть контура стабилизации содержит те нули и полюсы ПФ объекта $W(s)$, которые не повторяются в желаемой ПФ $W_0^d(s)$. Отсюда следует принципиальный вывод - перемещаемые полюсы ПФ объекта, а также ее плохие нули должны обязательно входить в желаемую ПФ.

Таким образом, формирование желаемых характеристик контура стабилизации связано с контролем нулей и полюсов ПФ и условий их компенсации. Согласованный выбор модулей и типов вновь вводимых нулей и полюсов в соответствии с усилениями контура легко осуществлять по виду ЛАЧХ, дополненной указателями модулей и типов нулей и полюсов.

При формировании желаемой ЛАЧХ и ПФ контура следует руководствоваться следующими правилами:

- перемещаемые полюсы, а также плохие нули ПФ объекта должны входить в желаемую ПФ;
- на частотах, которым принадлежат модули перемещаемых корней, усиление контура должно быть велико ($L_0^d > 20$ дБ);
- в окрестности частоты среза асимптотическая ЛАЧХ должна иметь типовой вид, в частности, наклон асимптоты должен равняться -20 дБ/дек (это определяет типовое расположение желаемых доминирующих корней ХП);
- на высоких частотах желаемая асимптотическая ЛАЧХ должна повторять наклон ЛАЧХ объекта, т.е. желаемая ПФ должна повторять большие по модулю полюсы и нули ПФ объекта - это упрощает структуру регулятора;
- вне области адекватности модели (в области немоделируемой динамики) усиление контура должно быть малым ($L_0^d < -20$ дБ).

Легко видеть, что процедура формирования желаемой ЛАЧХ контура стабилизации имеет много общего с аналогичной процедурой при структурно-параметрическом синтезе следящих систем (подразд.3.6).

Ясно, что синтезированная в подразд.3.7 система стабилизации способна ослаблять действие возмущений, частоты которых принадлежат области больших усиления контура. Чувствительность характеристик такой системы к вариациям параметров объекта в этой области частот будет достаточно малой.

3.8. Расчет настроек типовых регуляторов как задача параметрического синтеза

Управляющее устройство автоматических систем представляет собой аналоговый или цифровой вычислительный элемент, в котором по принятому алгоритму формируется управляющее воздействие на объект. Характер поступающей на управляющее устройство информации определяется принципом управления, иначе - топологией информационных связей. Как отмечалось в п.3.2.8, локальные системы промышленной автоматики обычно включают системы стабилизации режимов и следящие системы, реализующие принцип отрицательной обратной связи (рис.3.3а и рис.3.4). Управляющие устройства таких локальных систем обычно называют регуляторами.

3.8.1. Типовые регуляторы

Регуляторы осуществляют преобразование переменной ошибки регулирования $e(t)$ в регулирующее воздействие на объект $u(t)$ по некоторому алгоритму. Оператор, используемый в качестве модели реального регулятора, определяет тот желаемый алгоритм обработки информации, который принимается при его проектировании (программировании).

Рассмотрим наиболее распространенные типы регуляторов и их операторы.

Пропорциональный закон (*П-закон*) управления

$$u(t) = k_R e(t)$$

имеет ясную логику принятия решения - чем больше ошибка, тем выше уровень управляющего воздействия. Увеличение параметра настройки - коэффициента пропорциональности k_R повышает точность установившихся (статических) режимов и быстродействие системы.

Если ошибку системы определяет скорость изменения управляющего воздействия, то говорят об интегральном законе (*И-законе*):

$$u(t) = \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau .$$

Дифференциальное уравнение И-регулятора имеет вид:

$$T_I \frac{du(t)}{dt} = e(t) ,$$

а его передаточная функция равна:

$$W_R(s) = \frac{1}{T_I s} = \frac{k_R}{s} .$$