

### Основные сведения из теории

Идеализированной целью создания системы управления является обеспечение абсолютной ковариантности переменной выхода объекта  $y(t)$  с задающим (управляющим) воздействием  $g(t)$ , т.е. их тождественности

$$y(t) \equiv g(t).$$

Достижению этой цели обычно препятствуют: инерционность объекта; ограничения на ресурсы управления и на отдельные переменные системы; неполнота информации о динамических свойствах объекта и возмущениях; вариации характеристик элементов системы и т.п.

Если объект управления устойчив и хорошо изучен, о возмущениях имеется достаточная информация, ограничения на ресурсы управления слабые, а требования к процессам не очень высоки, то можно строить систему, реализующую принцип управления по разомкнутому циклу (рис.П2.12).

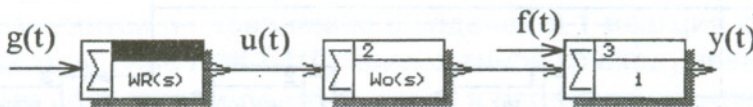


Рис.П2.12

Для абсолютной ковариантности выхода объекта с заданием при  $f(t) \equiv 0$  необходимо, чтобы ПФ этой системы была тождественна единице, т.е.

$$W_R(s)W(s) \equiv 1,$$

где:  $W_R(s)$  - ПФ управляющего устройства;  $W(s)$  - ПФ объекта. Отсюда можно получить алгоритм управления в форме ПФ

$$W_R(s) = 1/W(s), \tag{34}$$

которая компенсирует все полюсы и нули ПФ объекта, а следовательно, приводит к неуправляемости и ненаблюдаемости его состояния по каналу "вход-выход".

Поскольку собственная динамика объекта в такой системе сохраняется (полюсы и нули его ПФ образуют корни ее ХП), такое построение системы возможно лишь для минимально-фазовых объектов с достаточной степенью устойчивости.

Точная реализация ПФ  $W_R(s)$  по выражению (34) для инерционных объектов вызывает проблемы, связанные с условиями физической реализуемости линейного оператора, поэтому практически здесь можно обеспечить лишь селективную абсолютную ковариантность.

Для статического режима (установившийся режим при постоянном сигнале задания  $g(t)=g_0$ ) можно получить нулевую установившуюся ошибку, т.е.  $y_y = g_0$ , если обеспечить

$$W_R(0)W(0) = 1,$$

т.е., например, принять П-закон управления с ПФ  $W_R(s)=k_R=1/k$ .



Возмущения, действующие на объект в рассматриваемой структуре (рис.П2.12), не компенсируются. В частности, даже при точной реализации выражения (34) эквивалентное возмущение  $f(t)$ , приведенное к выходу системы, суммируется с выходной переменной собственно объекта, т.е.

$$y(t) = g(t) + f(t).$$

Если можно получить полную информацию о каком-либо возмущении  $f(t)$  (измеряемое возмущение), то возможна структурная организация разомкнутой системы с полной компенсацией этого возмущения (рис.П2.13). В данном примере объект представлен тремя звеньями, а возмущающее воздействие подается на одну из внутренних координат объекта.

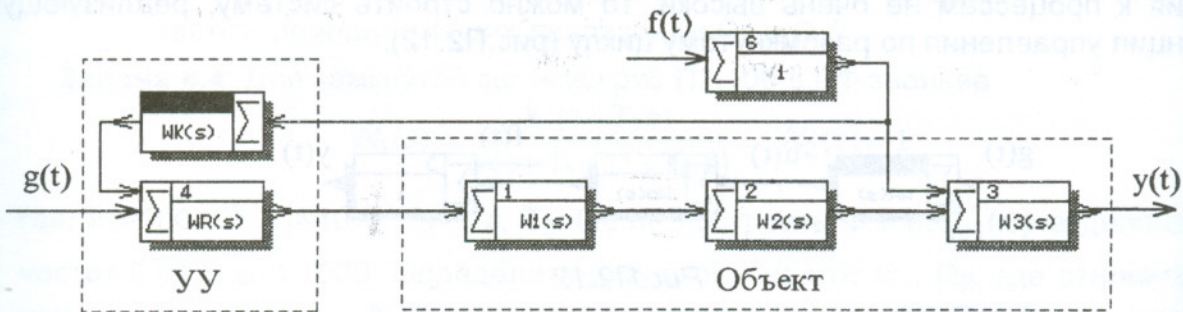


Рис.П2.13

ПФ  $W_K(s)$  компенсатора, обеспечивающего абсолютную инвариантность выходной  $y(t)$  переменной к этому возмущению, определяется из условия:

$$Y_f(s) = F(s)W_3(s) [1 + W_K(s)W_R(s)W_1(s)W_2(s)] \equiv 0,$$

откуда

$$W_K(s) = -1 / W_R(s)W_1(s)W_2(s). \quad (35)$$

В этом выражении  $W_R(s)$  - ПФ части управляющего устройства, обеспечивающей ковариантность переменной выхода с заданием.

Если ПФ объекта определена неточно, или варьирует в процессе эксплуатации системы, неточно реализованы ПФ  $W_R(s)$  или  $W_K(s)$ , имеются сильные неизменяемые возмущения, то качество разомкнутой системы управления будет невысоким. Необходима обратная связь, т.е. переход к структурам, использующим принцип управления по замкнутому циклу.

**Задача 9.1.** В системе управления по разомкнутому циклу (рис.П2.12) с объектом, структурная схема которого приведена на рис.П2.13 с ПФ:

$$W_1(s) = \frac{1}{T_1 s + 1}; \quad W_2(s) = \frac{1}{T_2 s + 1}; \quad W_3(s) = \frac{k}{T_3 s + 1},$$

а параметры выбираются самостоятельно, определить коэффициент передачи  $k_R$  П-регулятора из условия равенства выходной переменной и постоянного задающего воздействия при  $t \rightarrow \infty$ . Определить переходный процесс в системе при  $g(t) = g_0 1(t)$ ;  $f(t) = 0$ .



Ответить на вопросы:

- Каким будет переходный процесс в синтезированной системе при возмущении  $f(t) = -f_0 1(t)$ , приложенном ко входу звена  $W_3(s)$ ?
- Как изменяются свойства системы при параметрическом возмущении - вариации коэффициента передачи объекта?

**Задача 9.2.** В системе управления из задачи 9.1 принять:  $T_3 > T_2 > T_1$ ;  $W_R(s) = k_R W_R^0(s)$ . Определить алгоритм управления (ПФ  $W_R(s)$ ), при котором компенсируется самая "медленная" составляющая собственного движения объекта, а в установившемся режиме для  $g(t) = g_0 1(t)$  имеем  $y_y = g_0$ . Получить кривую переходного процесса в системе для  $g(t) = g_0 1(t)$  и показать расположение нулей и полюсов ПФ системы на комплексной плоскости.

Ответить на вопросы:

- Как изменяются свойства синтезированной системы при параметрических возмущениях - вариациях параметров  $k$ ,  $T_3$  объекта?
- Как изменится по сравнению с задачей 9.1 реакция системы на сигнальное возмущение  $f(t) = -f_0 1(t)$ , приложенное ко входу звена  $W_3(s)$ ?
- Какими свойствами по отношению к параметрическим и сигнальным возмущениям будет обладать та же система с ПФ управляющего устройства, синтезируемой из условия (34) абсолютной ковариантности выходной переменной с заданием?

**Задача 9.3.** В систему управления из задачи 9.1 с ПФ  $W_R(s) = k_R$  и теми же значениями  $k$ ,  $k_R$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  ввести компенсирующую связь по возмущению  $f(t)$  (рис. П2.13). Определить ПФ  $W_K(s)$  из условия (35) абсолютной инвариантности выходной переменной к возмущению  $f(t)$ .

Ответить на вопросы:

- Каким будет переходный процесс в синтезированной системе при  $f(t) = f_0 1(t)$ ?
- Какими свойствами обладает система по отношению к возмущению, приложенному ко входу звена  $W_2(s)$ ?
- Чем будет отличаться переходный процесс в этой системе при  $g(t) = g_0 1(t)$  по сравнению с процессом, полученным в задаче 9.1?
- Как влияют параметрические возмущения ПФ  $W_3(s)$  (вариации параметров  $k$ ,  $T_3$ ) на свойства системы по отношению к сигнальному возмущению  $f(t)$ ?
- Как влияют параметрические возмущения ПФ  $W_1(s)$  (вариации коэффициента передачи и постоянной времени  $T_1$ ) на свойства системы в переходном и установившемся режимах по отношению к заданию  $g(t)$  и возмущению  $f(t)$ ?

**Задача 9.4.** Повторить решение задачи 9.3 при условии

$$W_1(s) = \frac{1}{T_1 s - 1}, \quad (36)$$



т.е. для неустойчивого объекта. Ответить на все поставленные в задаче 9.3 вопросы.

**Задача 9.5.** Повторить решение задачи 9.3 при условии (36) и ПФ  $W_R(s)$ , синтезируемой из условия (34) абсолютной ковариантности выходной переменной с заданием. Ответить на все поставленные в задаче 9.3 вопросы. Сделать выводы относительно возможности использования принципа управления по разомкнутому циклу для неустойчивых объектов.

## Десятое практическое занятие

### Содержание

Структурно-параметрический синтез корректирующих устройств систем автоматического регулирования в комплексно-частотной области из условия обеспечения требований к качеству переходных процессов.

### Основные сведения из теории

Коррекцией систем автоматического регулирования называется стабилизация системы и/или удовлетворение требований к переходным процессам при сохранении ранее достигнутого качества установившихся движений. Решение задачи синтеза корректирующих устройств (звеньев) с использованием частотного метода включает два основных этапа. На первом этапе по заданным показателям качества определяется желаемая форма и параметры ЛАЧХ  $L_0^d(\omega)$  системы в разомкнутом состоянии. Второй этап - нахождение ЧХ, либо ПФ корректирующего звена, включение которого тем или иным способом в структурную схему системы реализует требования задания.

Допустим, что в проектируемой системе с обратной связью, представленной на рис.П2.14, обеспечены требования к точности установившихся процессов при управляющих воздействиях определенных типов, т.е. выбраны порядок астатизма и коэффициент передачи контура.

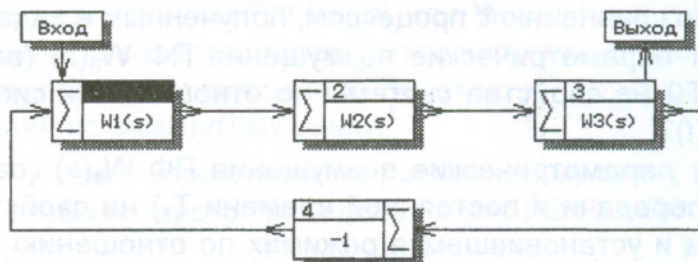


Рис.П2.14

Если анализ замкнутой системы выявит ее неустойчивость или несоответствие заданным показателям качества, то необходима коррекция системы, т.е. определение места (способа) включения и передаточной функции корректирующего звена.



Классический частотный метод синтеза, как правило, реализуется в виде графоаналитической процедуры, включающей построение желаемой ЛАЧХ  $L_0^d(\omega)$  разомкнутого контура и ЛАЧХ  $L_k(\omega)$  звена коррекции. Использование программы CLASSiC, на которое в значительной степени ориентировано данное практическое занятие, делает эту процедуру существенно менее трудоемкой и расширяет ее возможности. Помимо определения указанных характеристик в программе CLASSiC заложена возможность аппроксимации ПФ звена коррекции  $W_k(s)$  с целью понижения (редукции) порядков полиномов ее числителя и знаменателя, а также оптимизации параметров корректирующего звена с использованием интегральных критериев качества (этой задаче посвящено следующее практическое занятие).

**Задача 10.1.** Для системы, структурная схема которой приведена на рис.П2.14 с ПФ:

$$W_1(s) = 10; \quad W_2(s) = \frac{1}{s(1+0.2s)}; \quad W_3(s) = \frac{1}{1+s},$$

синтезировать корректирующее звено с ПФ  $W_k(s)$ , последовательное введение которого в прямую цепь обеспечит перерегулирование  $\sigma \leq 20\%$ , время регулирования  $t_p \leq 10$  с. Добротность по скорости  $k_1 = 10\text{c}^{-1}$  должна быть сохранена, что обеспечивает заданную точность воспроизведения линейно изменяющихся воздействий.

**Решение.** В режиме "Ввод/Редактирование" программы CLASSiC введем в ЭВМ структурную схему системы с последовательным корректирующим устройством (рис.П2.15). Звено коррекции объявляется варьируемым с начальным оператором  $W_k(s)=1/1$ .

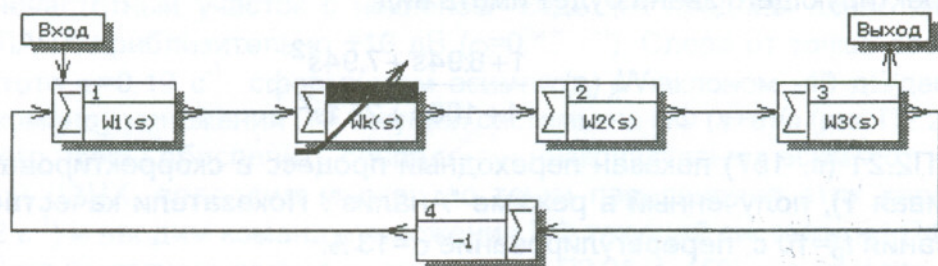


Рис.П2.15

Перейдя в режим "Частотный синтез", на экране получаем изображение, показанное на рис.П2.16 (с. 155).

Изменим масштаб частотных характеристик путем добавления декады слева от частоты  $\omega=0.01 \text{ c}^{-1}$ . Переведем маркер на левую границу диапазона ( $\omega = 0.001\text{c}^{-1}$ ) и будем постепенно смещать его слева направо до частоты, на кото-



рой требуется увеличить наклон асимптотической ЛАЧХ до -40дБ/дек (для рассматриваемого примера остановимся на значении модуля ЛАЧХ 60 дБ при  $\omega=0.01 \text{ с}^{-1}$ ). В дальнейшем, говоря о наклонах ЛАЧХ, будем иметь в виду наклоны соответствующих участков асимптотических ЛАЧХ.

При формировании характеристики "слева-направо" следует домножать ПФ системы на операторы типовых элементарных звеньев с ПФ  $(s+a)/s$  или  $a/(s+a)$ , т.к. при этом не изменяется наклон ЛАЧХ слева от частоты  $\omega=a$ . В данном случае используем команду домножения на апериодическое звено первого порядка, после чего характеристики будут пересчитаны, а экран примет вид, представленный на рис.П2.17 (с. 155).

После первой манипуляции на графиках видны различающиеся ЛАЧХ исходной и текущей систем, а также ЛАЧХ введенного корректирующего звена, обеспечивающего это различие. На оси частот появился новый полюс.

Продолжим перемещение маркера в сторону увеличения частоты. При значении модуля ЧХ текущей системы, приблизительно равного 16 дБ (на частоте  $\omega = 0.125 \text{ с}^{-1}$ ), изменим наклон текущей ЛАЧХ с -40 дБ/дек до -20 дБ/дек, для чего введем команду умножения на ПФ  $(s+a)/a$ . После этого действия получим картину, представленную на рис.П2.18 (с. 156). На оси частот образовался нуль, а справа от маркера текущая ЛАЧХ имеет наклон -20дБ/дек.

Наклон ЛАЧХ, равный -20дБ/дек, следует сохранить до значения модуля, равного приблизительно -16 дБ, что требует компенсации полюса  $p = -1$  ПФ исходной системы. Для этой цели подводим маркер на частоту  $\omega=1 \text{ с}^{-1}$  и вводим команду умножения на ПФ  $(s+a)/a$  (рис.П2.19, с. 156).

Последняя манипуляция заключается в согласовании наклонов ЛАЧХ текущей и исходной систем на высоких частотах, для чего на частоте, при которой модуль ЛАЧХ равен -16дБ или несколько правее (но так, чтобы ЛАЧХ текущей не прошла выше исходной ЛАЧХ), добавим полюс, т.е. введем звено с ПФ  $a/(s+a)$ .

В результате получим показанные на рис.П2.20 (с. 157) ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы, а также соответствующую ЛАЧХ звена последовательной коррекции.

ПФ корректирующего звена будет иметь вид:

$$W_K(s) = \frac{1 + 8.94s + 7.94s^2}{1 + 100s + 25.1s^2}.$$

На рис.П2.21 (с. 157) показан переходный процесс в скорректированной системе (кривая 1), полученный в режиме "Анализ". Показатели качества: время регулирования  $t_p=10 \text{ с}$ , перерегулирование  $\sigma=13\%$ .

**Задача 10.2.** Для системы из задачи 10.1 (рис.П2.14) синтезировать ПФ  $W_K(s)$  корректирующего звена, охватывающего звено с ПФ  $W_1(s)=k_1=10$ , из условия обеспечения показателей качества, заданных в задаче 10.1.

**Решение.** В режиме "Ввод/Редактирование" программы CLASSiC введем модель исходной системы в виде, показанном на рис.П2.22. Звено коррекции объявляется варьируемым с начальным оператором  $W_K(s)=0/1$ .



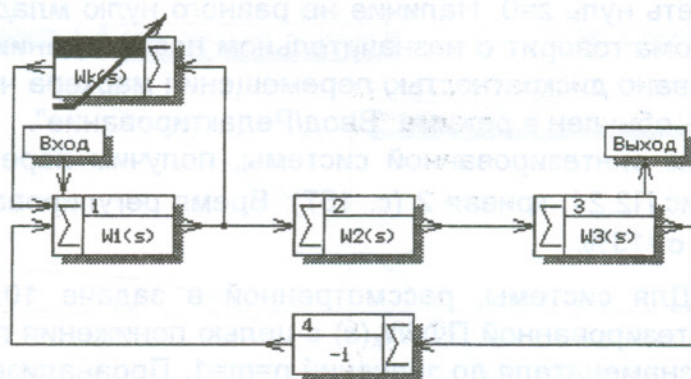


Рис.П2.22.

Будем формировать желаемую ЛАЧХ "справа-налево", что обеспечит совпадение высокочастотных участков ЛАЧХ исходной и желаемой систем.

Перейдя в режим "Частотный синтез", на экране получаем изображение, показанное на рис.П2.16 (с. 155).

Установим маркер на частоту  $\omega=6.3 \text{ с}^{-1}$ , на которой значение ЛАЧХ исходной системы равно -16.2 дБ. В окрестности этой частоты наклон асимптотической ЛАЧХ исходной системы равен -60 дБ/дек. Слева от маркера образуем участок ЛАЧХ с наклоном -20 дБ/дек. Для этой цели дважды подадим команду умножения на ПФ  $s/(s+a)$ , в результате чего получим ЛЧХ, представленные на рис.П2.23 (с. 158).

Слева от установленной частоты появился участок асимптотической ЛАЧХ с требуемым наклоном -20дБ/дек, однако, при  $\omega < 0.05 \text{ с}^{-1}$  этот наклон изменяется из-за наличия полюса исходной системы  $p = -5$ . Воспользуемся процедурой удаления из ПФ исходной системы нулей и полюсов, модули которых меньше пяти (в данном случае - двух полюсов исходной системы). После выполнения требуемой команды будем иметь картину, представленную на рис.П2.24 (с. 158).

Среднечастотный участок с наклоном -20дБ/дек продлим влево до значения модуля ЛАЧХ приблизительно +16 дБ ( $\omega=0.19 \text{ с}^{-1}$ ). Слева от точки, соответствующей частоте  $\omega=0.19 \text{ с}^{-1}$  сформируем асимптоту с наклоном -40 дБ/дек, для чего вводим команду умножения ПФ текущей системы на ПФ  $(s+a)/s$  (рис.П2.25, с. 159).

Для того чтобы обеспечить совпадение низкочастотных асимптот исходной и желаемой ЛАЧХ, подводим маркер до точки пересечения этих характеристик ( $\omega=0.022 \text{ с}^{-1}$ ) и вводим команду умножения ПФ текущей системы на ПФ  $s/(s+a)$ .

Результат частотного синтеза показан на рис.П2.26 (с. 159), где приведены ЛАЧХ исходной и желаемой систем, ФЧХ желаемой системы, ЛАЧХ корректирующего звена в виде местной обратной связи. ПФ звена коррекции имеет вид:

$$W_K(s) = \frac{-0.005 - 3.75s - 0.677s^2}{1 + 6.45s + 6.5s^2 + s^3}$$

Нетрудно заметить, что для точного совпадения низкочастотных участков ЛАЧХ исходной и желаемой систем полином числителя ПФ  $W_K(s)$  типа обратной



связи должен иметь нуль  $z=0$ . Наличие не равного нулю младшего коэффициента этого полинома говорит о незначительном несовпадении низкочастотных участков, что вызвано дискретностью перемещения маркера частоты. Коэффициент может быть обнулен в режиме "Ввод/Редактирование".

Проведя анализ синтезированной системы, получим переходный процесс, показанный на рис.П2.21, кривая 2 (с. 157). Время регулирования  $t_p=6.8$  с, перерегулирование  $\sigma=13\%$ .

**Задача 10.3.** Для системы, рассмотренной в задаче 10.1, провести аппроксимацию синтезированной ПФ  $W_K(s)$  с целью понижения порядков полиномов числителя и знаменателя до значений  $n=m=1$ . Проанализировать качество системы с упрощенной ПФ  $W_K(s)$  в переходном режиме.

**Решение.** При использовании программы CLASSiC задача формирования приемлемой ЛАЧХ звена коррекции может быть решена с помощью процедуры, аналогичной формированию желаемой ЛАЧХ в задачах 10.1, 10.2.

Введем модель системы в виде, показанном на рис.П2.15 с ПФ последовательного звена коррекции

$$W_K(s) = \frac{1 + 8.94s + 7.94s^2}{1 + 100s + 25.1s^2}$$

и перейдем в режим "Частотный синтез". На экране получим изображение в виде рис.П2.27 (с. 160). Переведем маркер на ЛАЧХ варьируемого звена  $W_K(s)$ . Теперь на оси частот отображаются два нуля и два полюса ПФ  $W_K(s)$ .

Понизим порядок полиномов числителя и знаменателя ПФ  $W_K(s)$  путем удаления нуля и полюса, расположенных правее маркера частоты. После этого получим редуцированную ЛАЧХ звена коррекции (рис.П2.28, с. 160). Соответствующая ПФ имеет вид:

$$W_K(s) = \frac{1 + 7.94s}{1 + 100s}$$

В режиме "Анализ" определяем переходную характеристику системы, показанную на рис.П2.29 (с. 161). Прямые показатели качества равны:  $t_p=7.4$  с;  $\sigma=37\%$ .

Превышение допустимого значения перерегулирования  $\sigma$  требует следующих итераций синтеза, связанных с подбором параметров ПФ  $W_K(s)$ . Методика решения такой задачи и соответствующий пример будут рассмотрены в следующем практическом занятии.

**Задача 10.4.** Для системы, структурная схема которой приведена на рис.П2.14 с ПФ:

$$W_1(s) = 400; \quad W_2(s) = \frac{1}{s(1 + 0.002s)}; \quad W_3(s) = \frac{1}{1 + 0.01s},$$

синтезировать последовательное корректирующее звено, обеспечивающее добротность по скорости  $k_1 \geq 400 \text{ с}^{-1}$ , перерегулирование  $\sigma \leq 25\%$  и минимальное время регулирования.



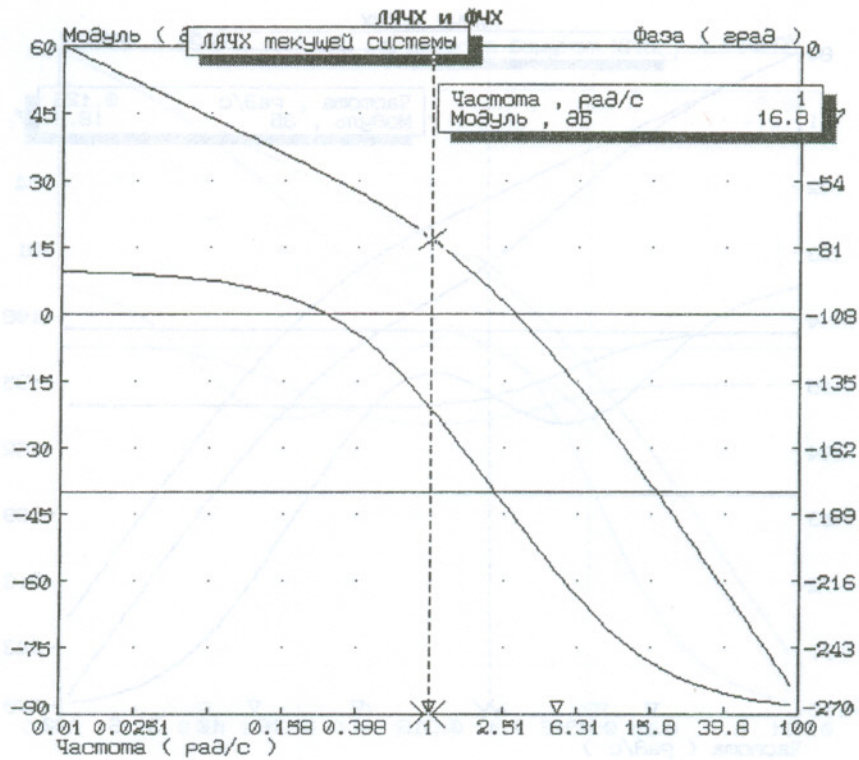


Рис.П2.16.

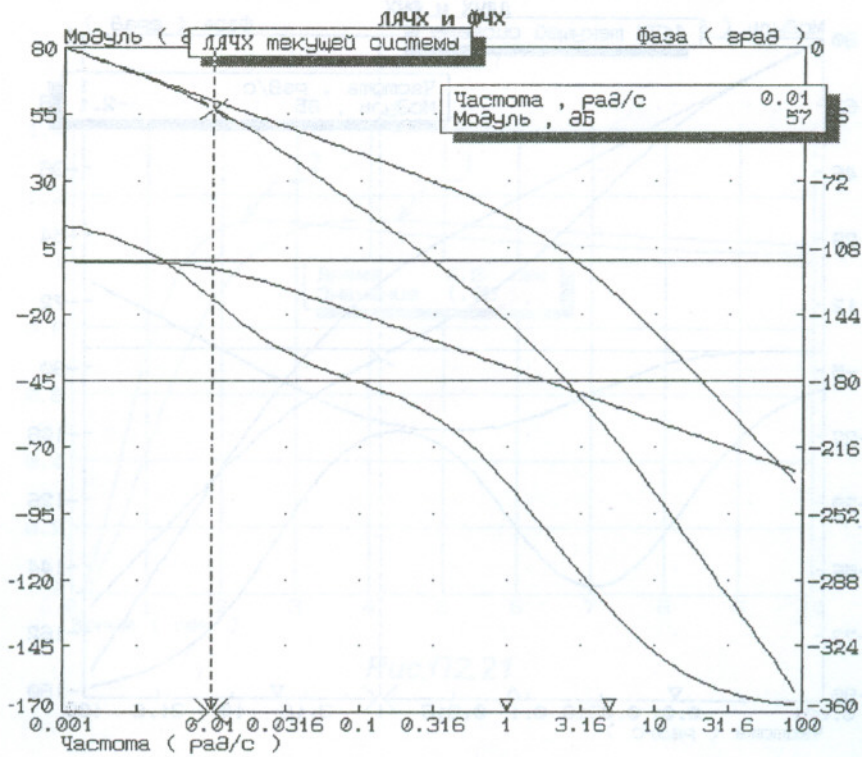


Рис.П2.17.



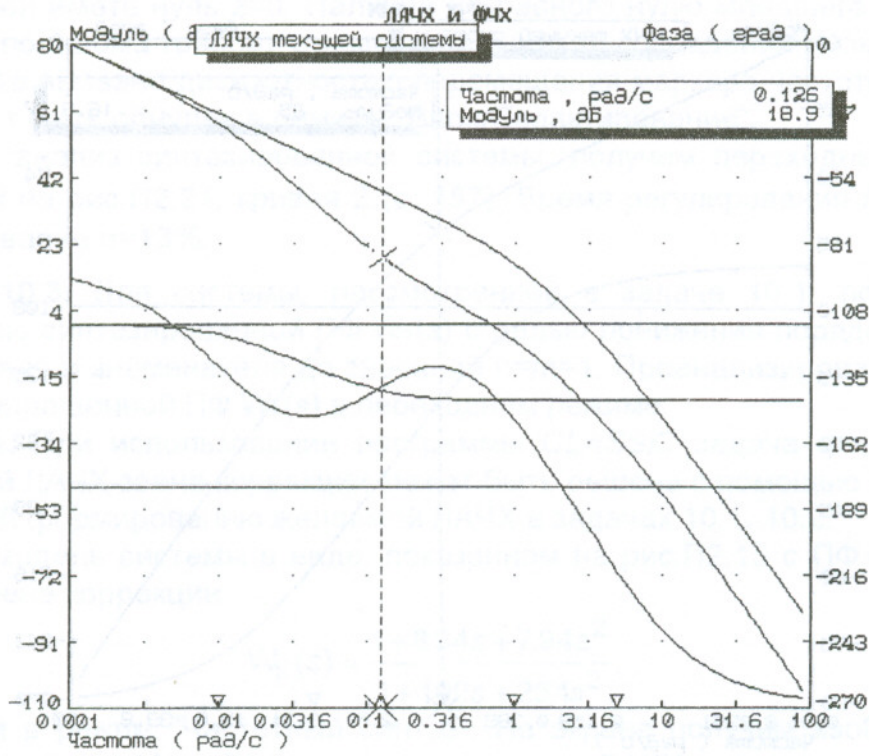


Рис.П2.18

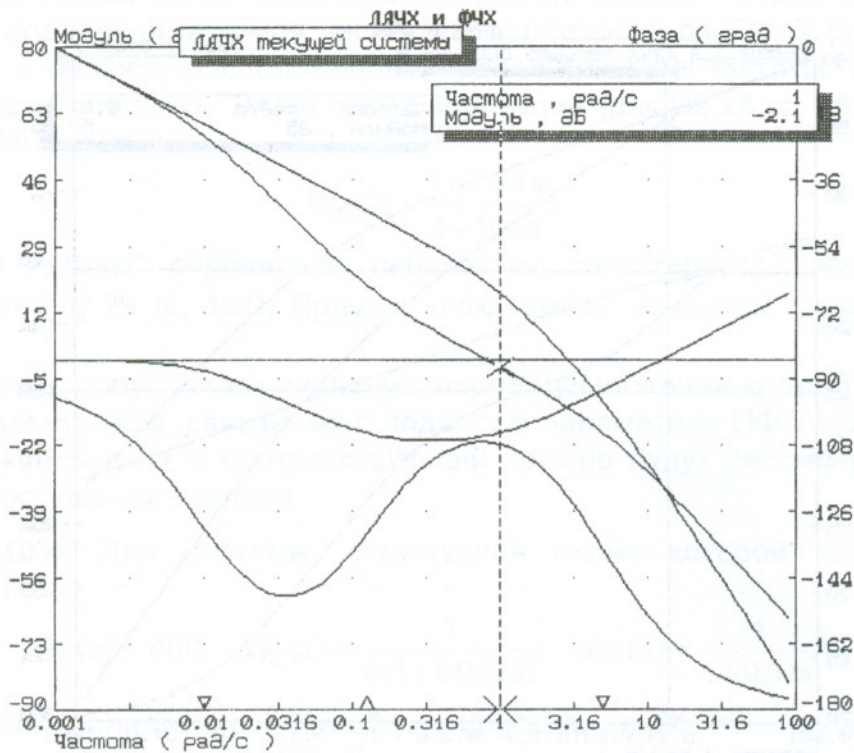


Рис.П2.19



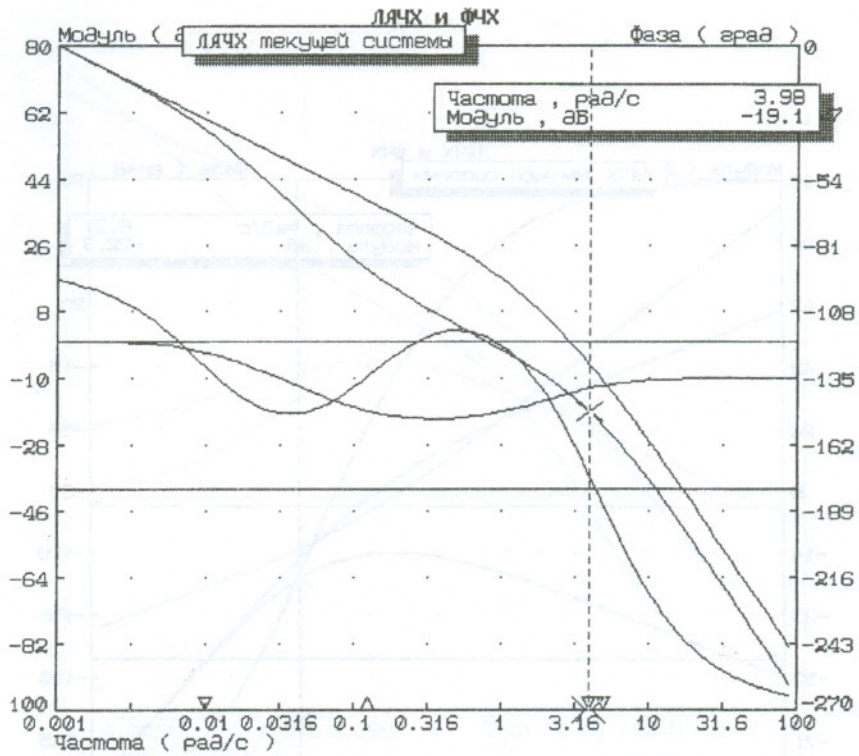


Рис.П2.20

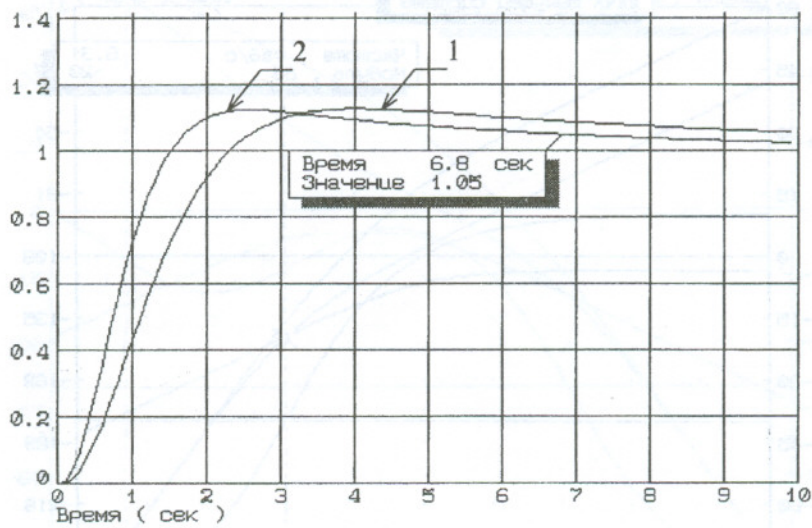


Рис.П2.21



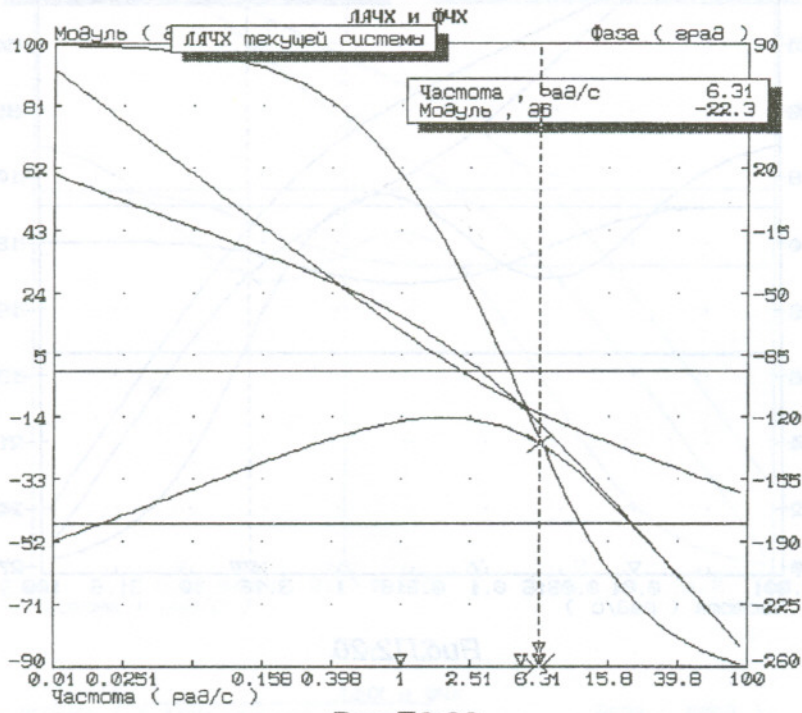


Рис.П2.23

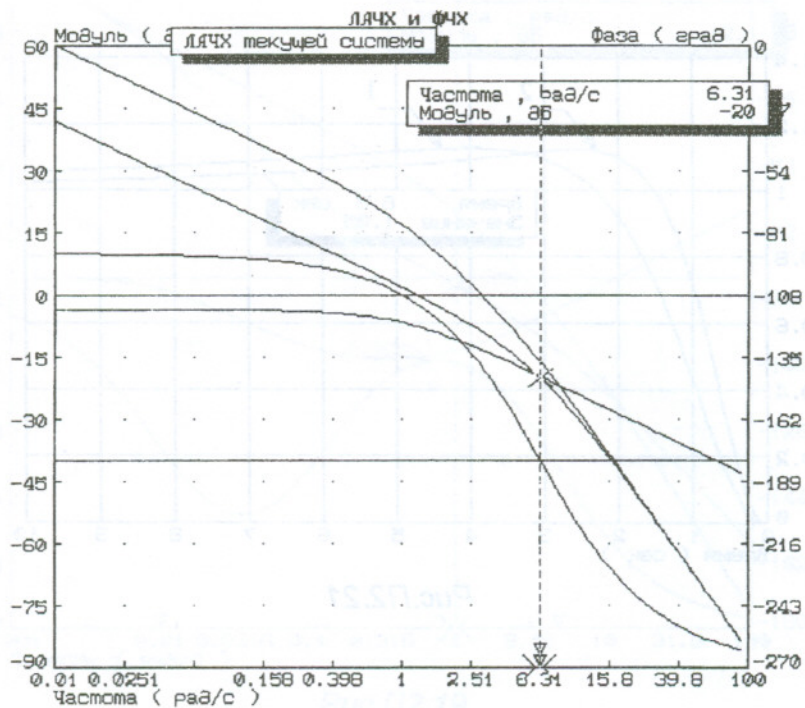


Рис.П2.24



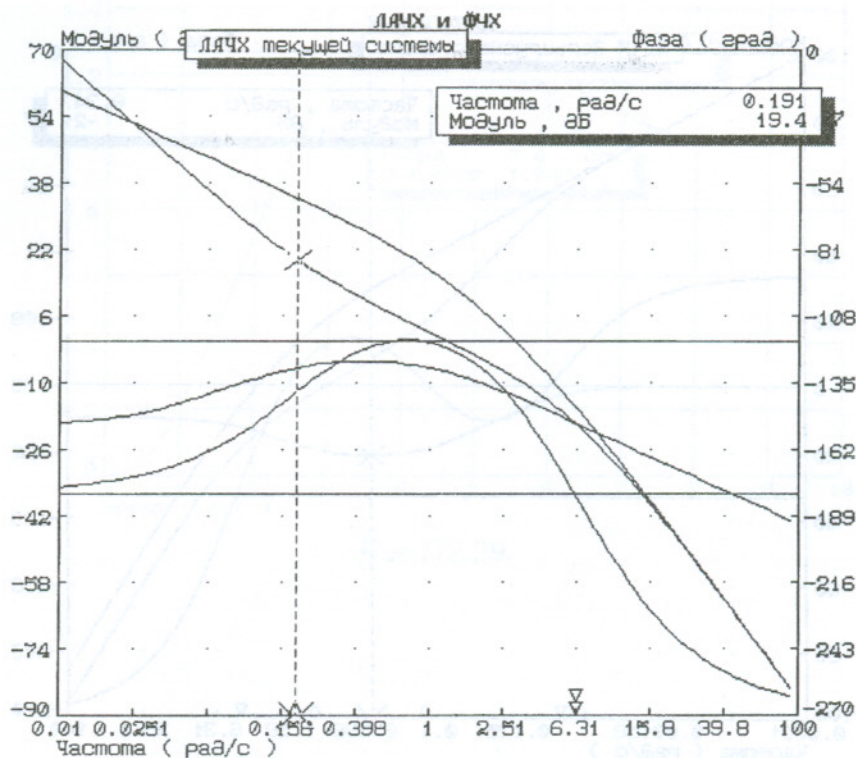


Рис.П2.25

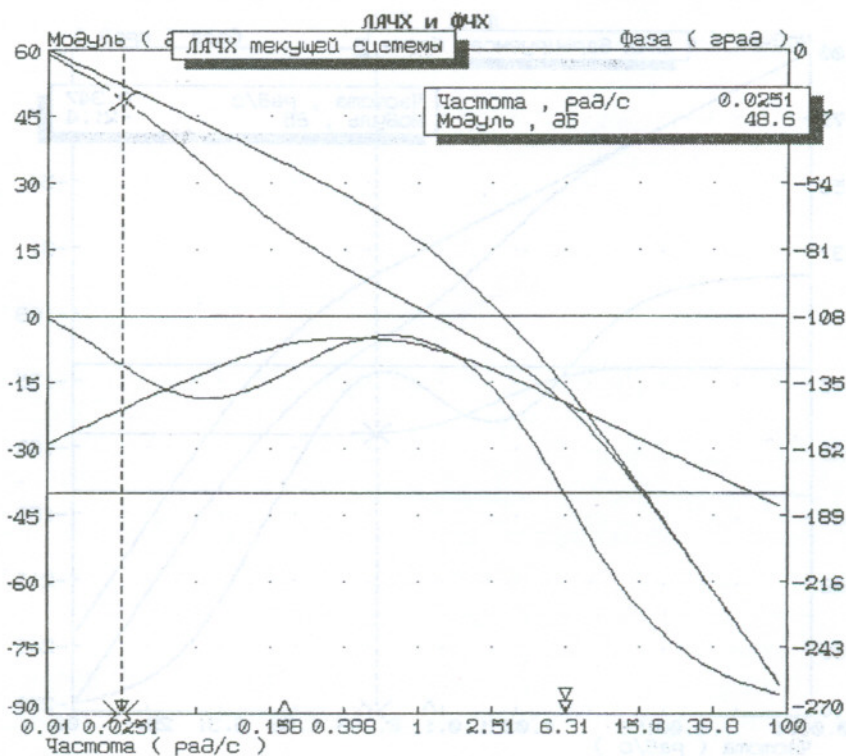


Рис.П2.26



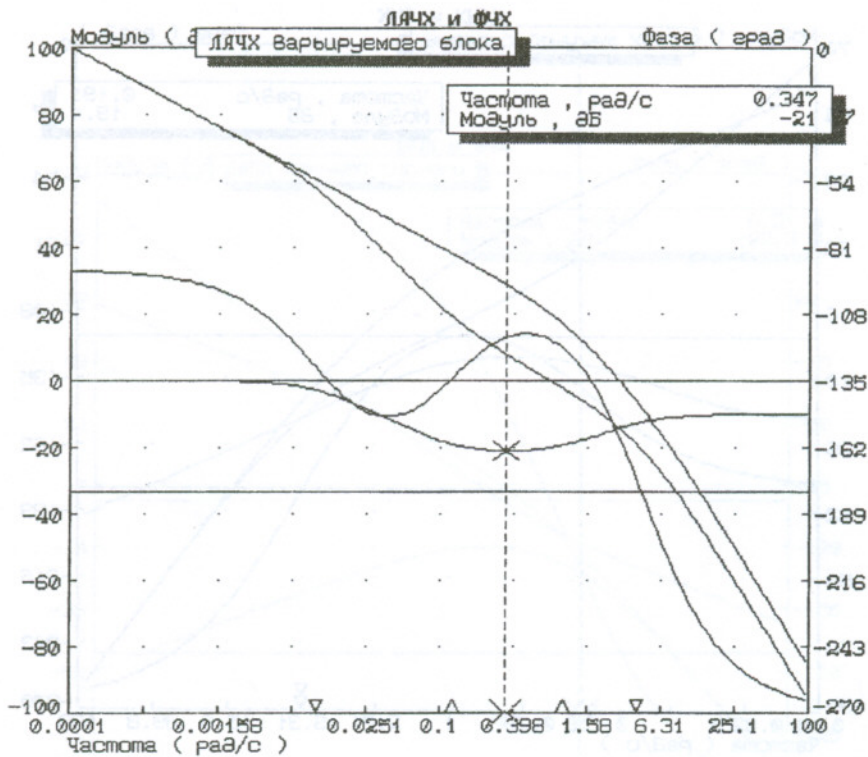


Рис.П2.27

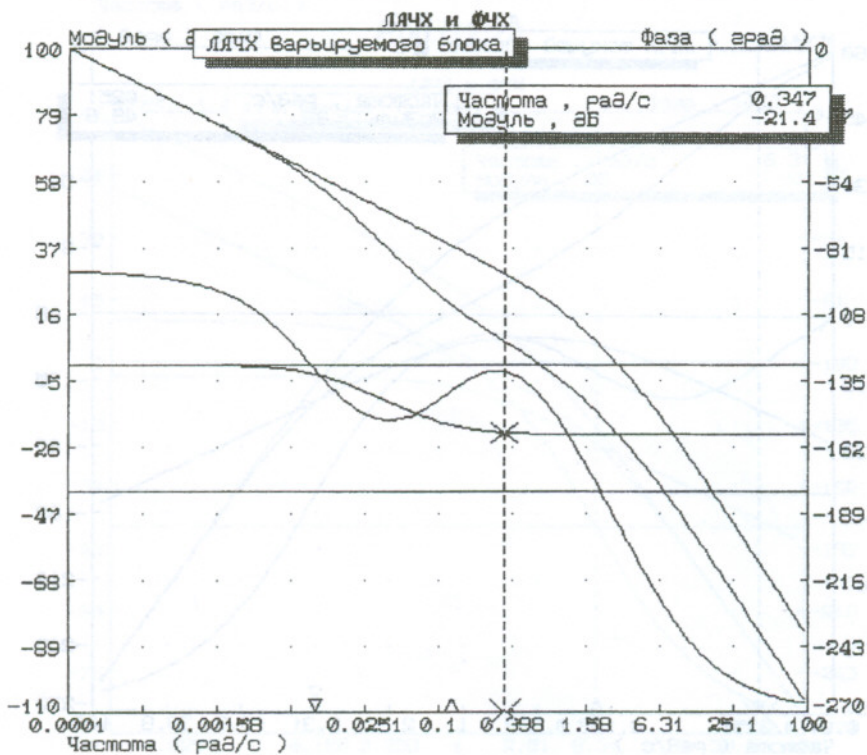


Рис.П2.28



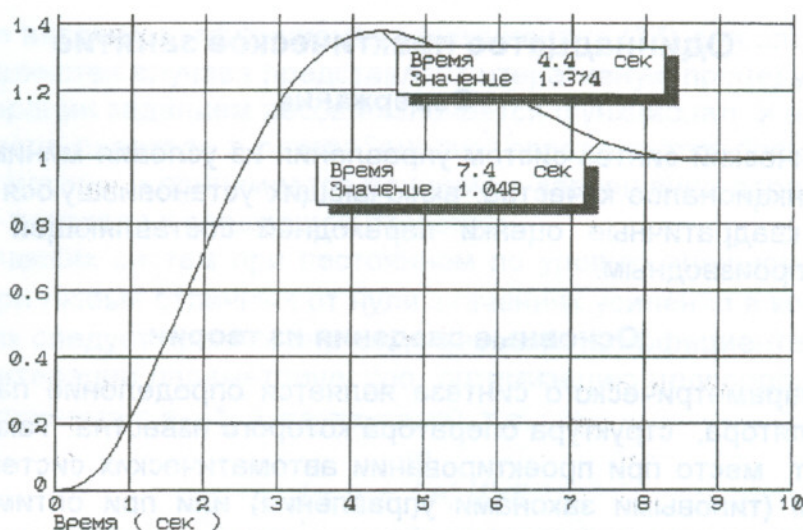


Рис.П2.29



## Одиннадцатое практическое занятие

### Содержание

Параметрический синтез систем управления из условия минимизации интегральных функционалов качества, включающих установившуюся ошибку и интегральные квадратичные оценки переходной составляющей процесса по ошибке и ее производным.

### Основные сведения из теории

Задачей параметрического синтеза является определение параметров настройки регулятора, структура оператора которого известна. Такая постановка задачи имеет место при проектировании автоматических систем с типовыми регуляторами (типовыми законами управления) или при оптимизации параметров корректирующего звена (например с целью максимизации быстродействия системы). В том и другом случаях имеется начальная ПФ звена  $W_R(s)$  или  $W_K(s)$ , параметры которого должны быть подобраны исходя из условия минимума принятого функционала качества.

Данное практическое занятие ориентировано на использование режима "Оптимизация" программы CLASSiC.

Обобщенный функционал качества аддитивно формируется из частных показателей качества в виде установившейся ошибки и интегральных квадратичных оценок переходной составляющей процесса и ее производных

$$J = be_y + a_0/l_0 + a_1/l_1 + \dots + a_4/l_4, \quad (37)$$

где:  $b, a_i$  - назначенные пользователем весовые коэффициенты;  $l_0$  - ИКО переходной составляющей (19);  $l_i$  - ИКО  $i$ -й производной переходной составляющей;  $i=1, \dots, 4$ .

Режим "Оптимизация" предоставляет пользователю следующие возможности:

- автоматический поиск параметров варьируемого звена, обеспечивающих минимум функционала качества (от одного до пяти варьируемых коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ);
- варьирование параметров ПФ звена с клавиатуры;
- построение кривой зависимости функционала от значения варьируемого параметра или поверхности в случае двух варьируемых параметров;
- разворот на экране поверхности отклика с целью придания ей выгодного ракурса при визуальном анализе;
- вызов режима "Анализ" для получения других показателей качества синтезируемой системы при конкретных значениях варьируемых параметров.



Назначение весовых коэффициентов функционала (37) для оптимизации системы в большинстве случаев представляет итеративную процедуру, в которой на каждой итерации заданием весов назначается функционал и находится его экстремум. После перехода в режим "Анализ" определяются прямые показатели качества системы и принимается решение о завершении параметрического синтеза или о переходе к следующей итерации.

Для астатических систем при постоянном по уровню внешнем воздействии имеем  $e_y=0$  при любых отличных от нуля значениях усиления в контуре, т.е. на всех итерациях следует принять значение весового коэффициента  $b=0$ .

На первой итерации параметрическую оптимизацию целесообразно проводить по ИКО, принимая:  $a_0=1$ ;  $a_1=a_2=a_3=a_4=0$ , т.е.

$$J = I_0 = \int_0^{\infty} e_n^2(t) dt.$$

После нахождения экстремума функционала (оптимальных значений варьируемых параметров) проводится оценка прямых показателей качества системы на их соответствие заданию. Если оптимальная в смысле этого функционала система оказывается сильно колебательной (в частности, перерегулирование выше допустимого значения), следует перейти ко второй итерации, назначив в качестве нового функционала улучшенную ИКО

$$J = a_0 I_0 + a_1 I_1. \quad (38)$$

Поскольку положение экстремума этого функционала определяют не абсолютные значения весов  $a_0$ ,  $a_1$ , а их соотношение, можно положить  $a_0=1$  и подбирать только весовой коэффициент  $a_1$ . В качестве первого значения коэффициента  $a_1$  можно принять  $a_1=\tau^2$ , где  $\tau$  - желаемая постоянная времени экспоненты  $e^*(t) = \exp(-t/\tau)$ ,

являющейся безусловной экстремалью функционала (38) при  $a_0=1$ . После проведения второй итерации вновь определяются прямые показатели качества системы и принимается решение об увеличении веса  $a_1$  (для уменьшения колебательности) или его уменьшения (для повышения быстродействия при допустимой колебательности).

Для статических систем с коэффициентом передачи контура, зависящим от варьируемых параметров, в функционале (37) следует положить  $b \neq 0$ . В противном случае оптимизация может привести к уменьшению этого коэффициента передачи, т.е. к увеличению  $e_y$ .

**Задача 11.1.** Для замкнутой системы, показанной на рис.П2.30, где:  $W_1(s)=1/(1+s)$ ;  $W_2(s)=0.2/(1+s)$ ;  $W_3(s)=1/(1+0.1s)$  - ПФ звеньев неизменяемой части системы;  $W_R(s)=k_R/s=1/T_{и}s$  - ПФ И-регулятора, определить значение параметра настройки  $k_R$  из условия минимизации времени переходного процесса  $t_p \rightarrow \min$  при ограничении на перерегулирование  $\sigma \leq 15\%$ .



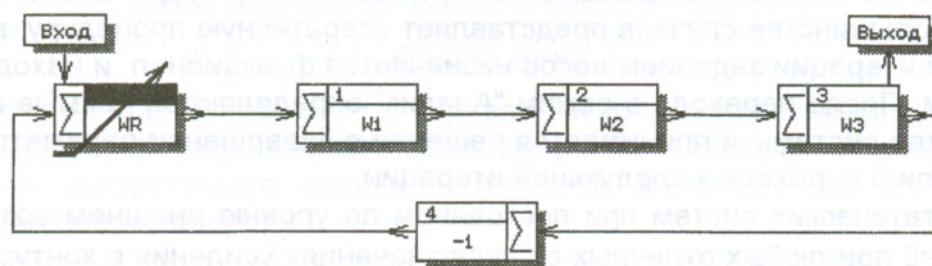


Рис.П2.30

**Решение.** В режиме "Ввод/Редактирование" программы CLASSIC введем модель системы и назначим начальное значение коэффициента настройки в ПФ варьируемого звена  $k_R=1/T_{и}=1$ .

Перейдем в режим "Оптимизация". На первой итерации примем функционал  $J = I_0$  (устанавливается по умолчанию) и объявим коэффициент  $d_1=T_{и}$  варьируемым. На экране получаем изображение, показанное на рис.П2.31.

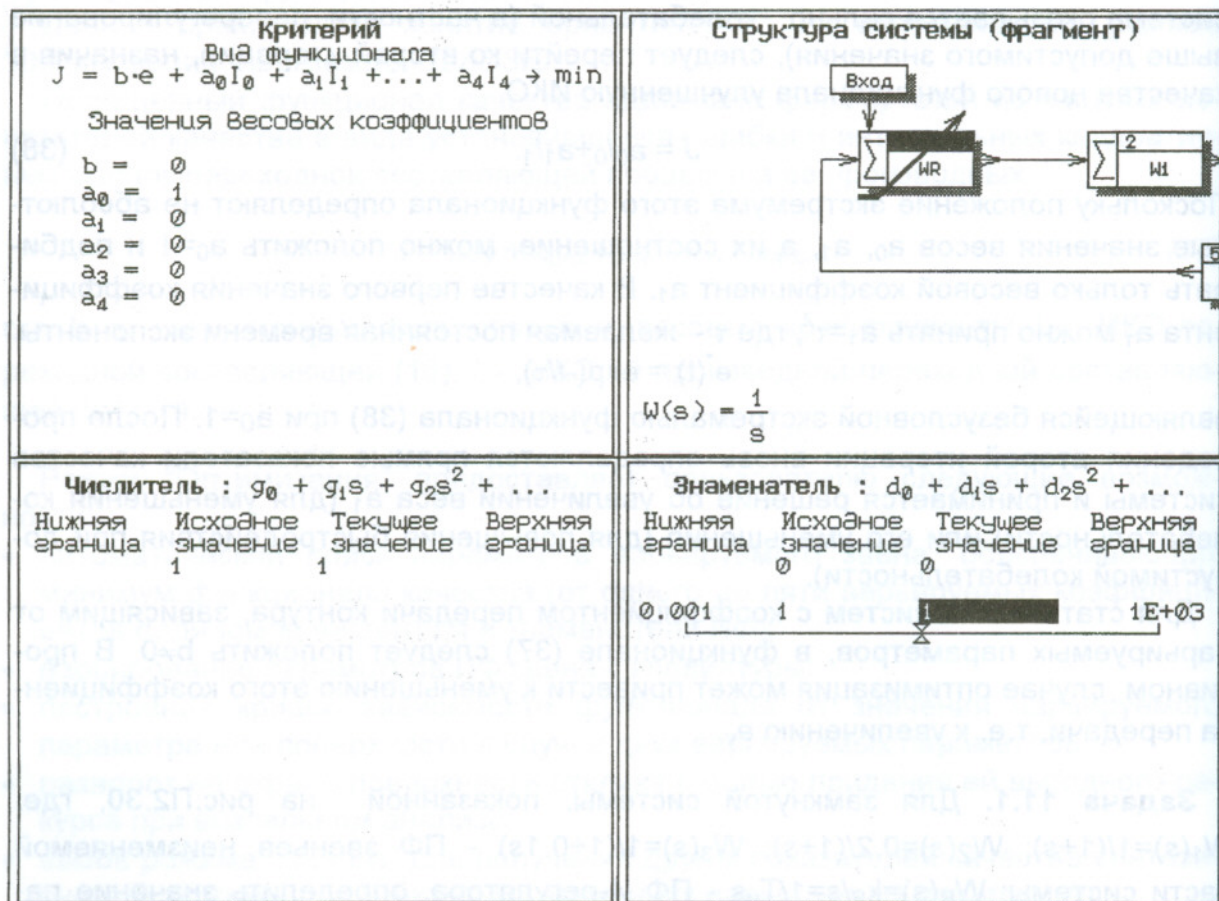


Рис.П2.31



Перейдя в процедуру "Сечения", получим график зависимости функционала от значения варьируемого параметра  $I_0(T_{и})$ , показанный на рис.П2.32. При  $T_{и} < 0.15$  система неустойчива, и бесконечные значения функционала на графике не отображаются.

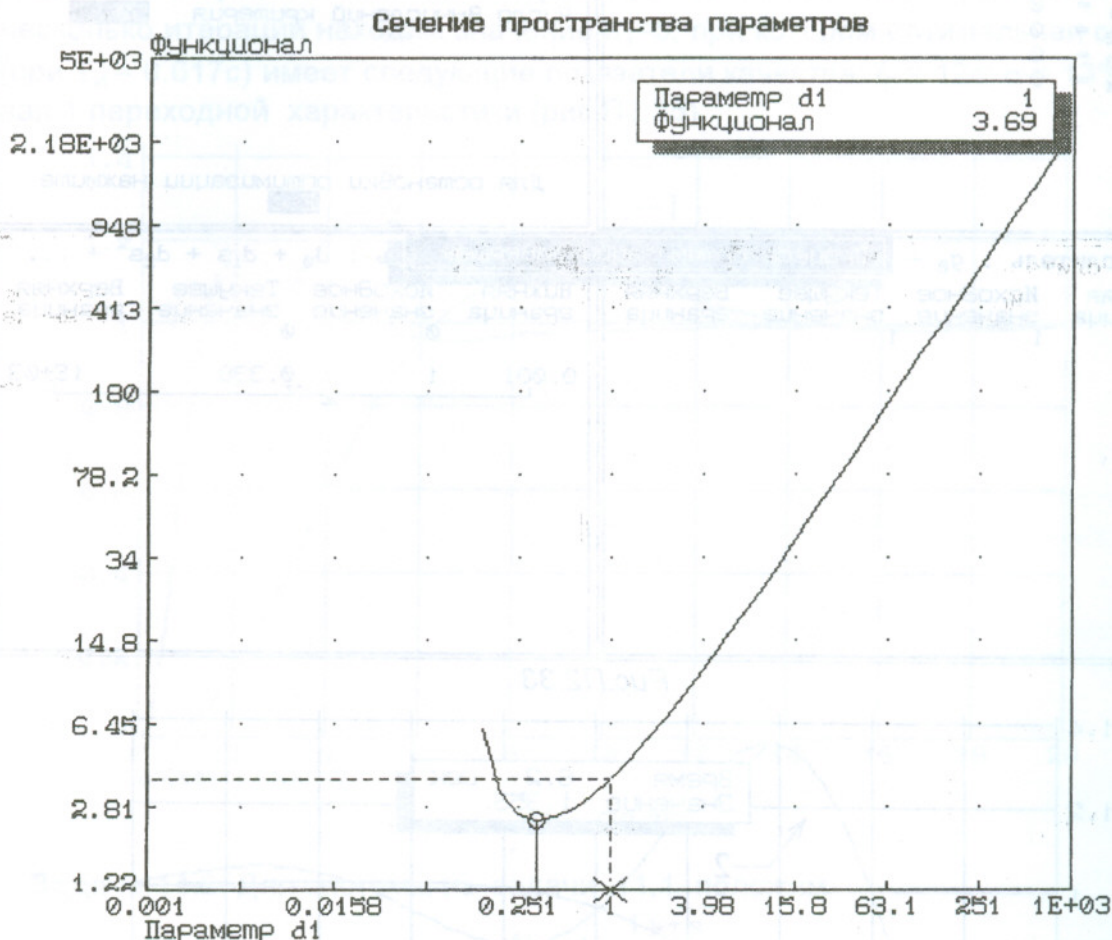


Рис.П2.32

Сканированием кривой  $I_0(T_{и})$  и обращением к режиму "Анализ" можно получить характеристики системы при различных значениях параметра  $T_{и}$ .

Минимум ИКО на рис.П2.32 достигается при  $T_{и} \approx 0.33$ с. Для точного попадания в экстремум следует вернуться в основное окно режима "Оптимизация" (рис.П2.31) и запустить процедуру автоматического поиска экстремума. Получим изображение на экране, показанное на рис.П2.33, и точное значение параметра настройки  $T_{и}=0.338$ с.



<p style="text-align: center;"><b>Критерий</b></p> <p style="text-align: center;">Вид функционала</p> $J = b \cdot e + a_0 I_0 + a_1 I_1 + \dots + a_4 I_4 \rightarrow \min$ <p style="text-align: center;">Значения весовых коэффициентов</p> <p> <math>b = 0</math>  <math>a_0 = 1</math>  <math>a_1 = 0</math>  <math>a_2 = 0</math>  <math>a_3 = 0</math>  <math>a_4 = 0</math> </p>	<p style="text-align: center;"><b>Процесс оптимизации</b></p> <p style="text-align: center;">Значение функционала</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">исходное</td> <td style="text-align: center;"><math>10^{-1}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>10^0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>10^1</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">текущее</td> <td style="text-align: center;">██████████</td> <td style="text-align: center;">██████████</td> <td style="text-align: center;">██████████</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">3.686</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: right;">2.443</td> </tr> </table> <p>Число вычислений критерия <span style="float: right;">52</span></p> <p style="text-align: center;">Для остановки оптимизации нажмите <b>Esc</b></p>	исходное	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	текущее	██████████	██████████	██████████				3.686				2.443
исходное	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$														
текущее	██████████	██████████	██████████														
			3.686														
			2.443														
<p>Числитель : <math>g_0 +</math> <span style="background-color: #cccccc; padding: 2px;">Процесс оптимизации завершен</span> <math>d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots</math></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">Нижняя граница</td> <td style="text-align: center;">Исходное значение</td> <td style="text-align: center;">Текущее значение</td> <td style="text-align: center;">Верхняя граница</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>	Нижняя граница	Исходное значение	Текущее значение	Верхняя граница	1	1	1	1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">Нижняя граница</td> <td style="text-align: center;">Исходное значение</td> <td style="text-align: center;">Текущее значение</td> <td style="text-align: center;">Верхняя граница</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0.001</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0.338</td> <td style="text-align: center;">1E+03</td> </tr> </table>	Нижняя граница	Исходное значение	Текущее значение	Верхняя граница	0.001	1	0.338	1E+03
Нижняя граница	Исходное значение	Текущее значение	Верхняя граница														
1	1	1	1														
Нижняя граница	Исходное значение	Текущее значение	Верхняя граница														
0.001	1	0.338	1E+03														

Рис.П2.33

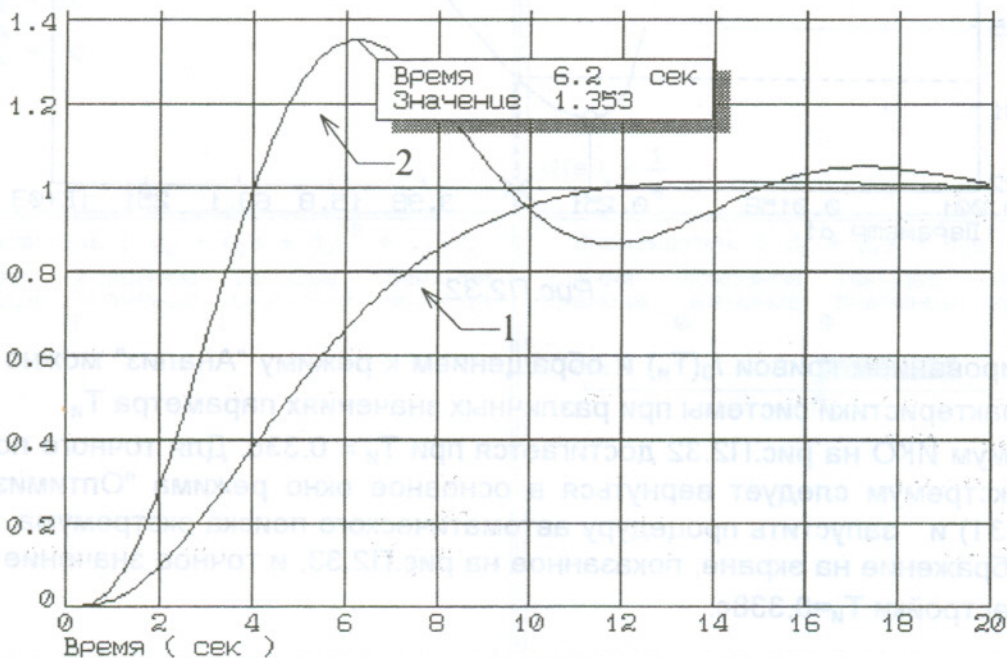


Рис.П2.34



Кривая 1 соответствует исходной системе при  $T_{и}=1$ , а кривая 2 - оптимальной системе в смысле минимума ИКО. Прямые показатели качества равны:  $t_p = 17.5с$ ;  $\sigma = 35\%$ .

Для уменьшения перерегулирования  $\sigma$  примем функционал  $J = I_0 + a_1/I_1$  и назначим стартовое значение параметра  $T_{и}=0.338с$ . Подбором веса  $a_1$  за несколько итераций находим значение  $a_1=5$ , при котором оптимальная система (при  $T_{и} = 0.617с$ ) имеет следующие показатели качества:  $t_p = 12с$ ;  $\sigma = 13\%$  - кривая 1 переходной характеристики (рис.П2.35).

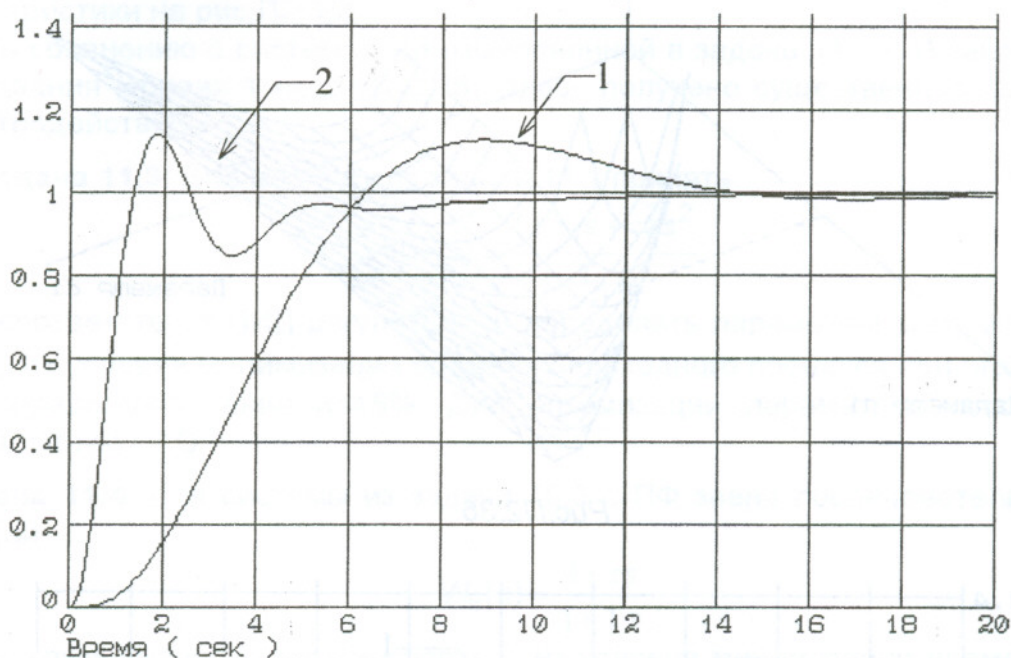


Рис.П2.35

**Задача 11.2.** Для системы из задачи 11.1 положим

$$W_R(s) = \frac{1 + \tau s}{T_{и} s}$$

(ПИ-регулятор) и определим значения параметров настройки  $\tau$ ,  $T_{и}$  из условия минимизации времени переходного процесса при ограничении на перерегулирование  $\sigma \leq 15\%$ . При оптимизации параметров настройки примем улучшенную ИКО.

**Решение.** В режиме "Ввод/Редактирование" программы CLASSiC введем модель системы и назначим звено  $W_R(s)$  варьируемым. Перейдем в режим "Оптимизация" и объявим варьируемыми два параметра настройки:  $\tau$ ,  $T_{и}$ . Стартовые значения коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ  $W_R(s)$  примем:  $g_1=1$ ,  $d_1=0.617$  (оптимальное значение  $T_{и}$  из задачи 11.1). Начальное значение весового коэффициента в функционале качества положим  $a_1=5$ .

Перейдя в процедуру "Сечения", получим поверхность отклика в трехмерном пространстве, показанную на рис.П2.36.



## Сечение пространства параметров

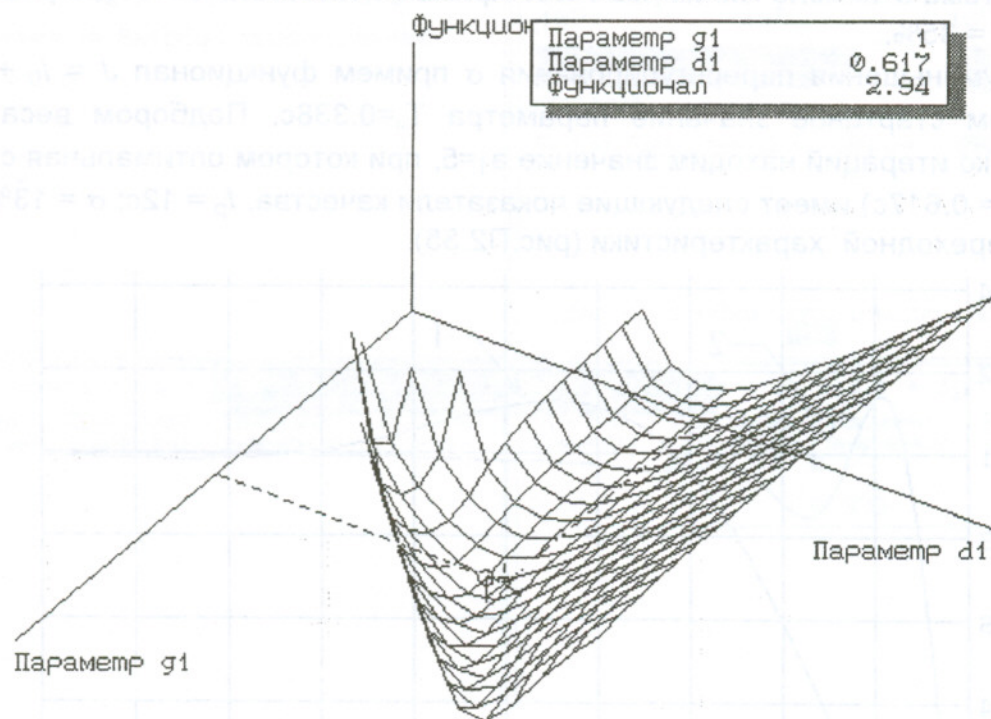


Рис.П2.36

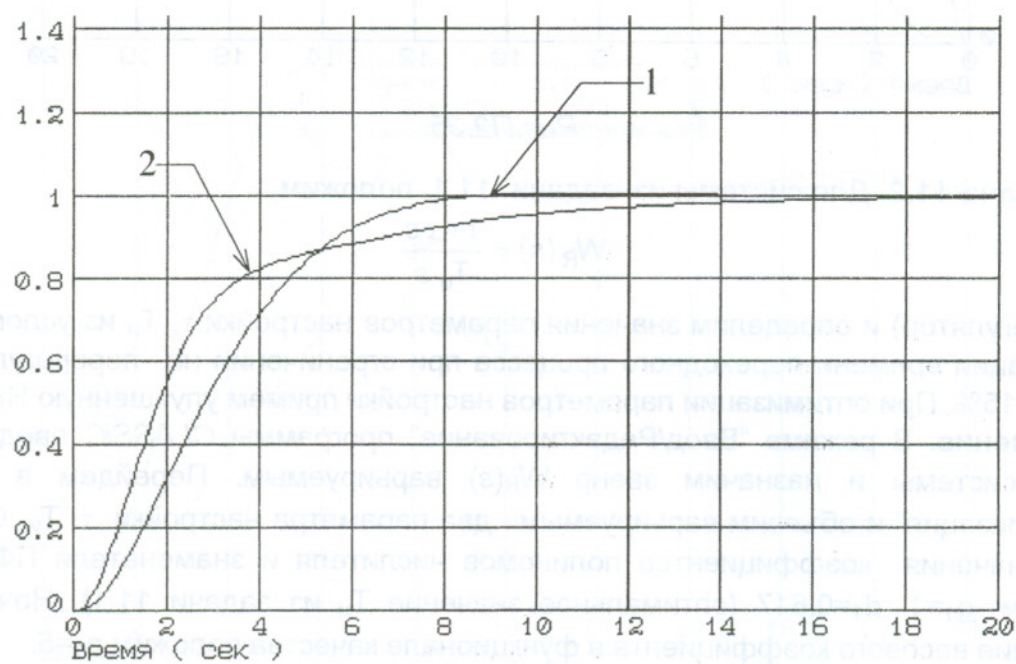


Рис.П2.37



Переходная характеристика системы, полученная в режиме "Анализ" для оптимальных значений параметров  $\tau=2.46\text{с}$ ;  $T_{\text{и}}=0.571\text{с}$ , показана на рис.П2.37 (кривая 2). Кривая 1 на этом же рисунке представляет переходную характеристику при стартовых значениях параметров настройки.

Уменьшением весового коэффициента  $a_1$  в функционале качества можно повысить быстродействие системы. Подбором веса за несколько итераций находим значение  $a_1=0.2$ , при котором оптимальная система (при  $\tau=3.91\text{с}$ ;  $T_{\text{и}}=0.228\text{с}$ ) имеет показатели качества:  $t_{\text{р}}=5\text{с}$ ;  $\sigma=14\%$  (кривая 2 переходной характеристики на рис.П2.35).

По сравнению с системой, синтезированной в задаче 11.1 с И-законом регулирования (кривая 1 на рис.П2.35), здесь получено существенное повышение быстродействия.

**Задача 11.3.** Для системы из задачи 11.1 принять

$$W_{\text{R}}(s) = \frac{1 + \tau_1 s + \tau_2^2 s^2}{T_{\text{и}} s},$$

что соответствует ПИД-регулятору, и определить параметры его настройки  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $T_{\text{и}}$  из условия минимизации времени переходного процесса при ограничении на перерегулирование  $\sigma \leq 15\%$ . Для оптимизации параметров использовать улучшенную ИКО.

**Задача 11.4.** Для системы из задачи 10.3 с ПФ звена последовательной коррекции

$$W_{\text{к}}(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + T s}$$

определить значения параметров  $\tau$ ,  $T$  из условия минимизации времени переходного процесса при ограничении на перерегулирование  $\sigma \leq 15\%$ . Для оптимизации параметров использовать улучшенную ИКО.



## Содержание

Предисловие .....	7
Список основных обозначений и сокращений .....	9
<b>1. МОДЕЛИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1. О моделях систем управления.....</b>	<b>11</b>
1.1.1. Экспериментальный подход к моделированию .....	11
1.1.2. Аналитический подход к моделированию .....	12
1.1.3. Особенности структурных моделей систем управления .....	13
1.1.4. Многоуровневые структуры систем управления .....	14
<b>1.2. Модели систем управления в терминах “вход-выход” .....</b>	<b>15</b>
1.2.1. Дифференциальные уравнения .....	15
1.2.2. Передаточные функции .....	16
1.2.3. Частотные характеристики .....	17
1.2.4. Временные характеристики .....	17
<b>1.3. Системы дифференциальных уравнений .....</b>	<b>17</b>
1.3.1. Системы дифференциальных уравнений различных порядков .....	17
1.3.2. Дифференциальные уравнения в форме пространства состояний .....	18
<b>1.4. Структурные схемы и графы систем управления .....</b>	<b>18</b>
1.4.1. Структурные схемы (С-графы) .....	19
1.4.2. Сигнальные графы .....	21
<b>1.5. Модели среды и расширенной системы .....</b>	<b>22</b>
<b>1.6. Неопределенность моделей систем управления .....</b>	<b>23</b>
<b>1.7. Взаимосвязи между дифференциальными уравнениями и графами .....</b>	<b>25</b>
1.7.1. Запись дифференциальных уравнений по графу .....	25
1.7.2. Построение графов по дифференциальным уравнениям .....	26
<b>1.8. Построение моделей “вход-выход” по моделям с развернутой     структурой .....</b>	<b>27</b>
1.8.1. Построение моделей “вход-выход” по системам уравнений .....	27
1.8.2. Построение моделей “вход-выход” по уравнениям состояния .....	28
1.8.3. Построение моделей “вход-выход” по графам .....	29
<b>1.9. Модели систем управления высших уровней .....</b>	<b>30</b>
<b>2. АНАЛИЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ .....</b>	<b>32</b>
<b>2.1. Задачи анализа .....</b>	<b>32</b>
<b>2.2. Анализ устойчивости .....</b>	<b>33</b>
2.2.1. Свободные движения .....	33
2.2.2. Условие устойчивости .....	33
2.2.3. Требования к свободным движениям .....	34
<b>2.3. Анализ инвариантности .....</b>	<b>34</b>
2.3.1. Формы инвариантности .....	34



2.3.2. Вынужденные движения систем управления .....	35
2.3.3. Условия инвариантности .....	35
2.3.4. Показатели качества инвариантных систем .....	36
<b>2.4. Управляемость и наблюдаемость (полнота характеристик) систем управления .....</b>	<b>39</b>
<b>2.5. Анализ влияния вариаций характеристик элементов на свойства систем управления .....</b>	<b>40</b>
2.5.1. Анализ систем при параметрических вариациях .....	41
2.5.2. Анализ систем при неструктурированных вариациях операторов элементов .....	41
2.5.3. Анализ устойчивости систем при топологических вариациях. Критерий Найквиста .....	43
2.5.4. Анализ грубости систем управления .....	45
<b>2.6. Анализ многоуровневых систем управления .....</b>	<b>46</b>
2.6.1. Понижение уровня модели .....	46
2.6.2. Построение системных графов .....	47
2.6.3. Топологическая редукция .....	48
2.6.4. Анализ устойчивости многоуровневых систем .....	49
<b>2.7. Примеры анализа объектов и систем управления .....</b>	<b>51</b>
2.7.1. Анализ магнитного подвеса физического тела .....	51
2.7.2. Анализ двигателя внутреннего сгорания .....	52
2.7.3. Анализ следящей системы .....	53
2.7.4. Анализ системы с положительным внутренним контуром .....	55
2.7.5. Анализ системы управления самолета <i>Grumman F-14</i> .....	56
2.7.6. Анализ двухуровневой системы управления судовой пропульсивной установки .....	59
<b>3. СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ .....</b>	<b>62</b>
<b>3.1. О синтезе систем управления .....</b>	<b>62</b>
<b>3.2. Задачи синтеза систем управления .....</b>	<b>62</b>
3.2.1. Синтез управляющих воздействий .....	63
3.2.2. Синтез компенсаторов возмущений .....	63
3.2.3. Синтез регуляторов .....	64
3.2.4. Синтез систем управления из условия подавления непосредственно неизмеряемых возмущений .....	64
3.2.5. Синтез следящих систем управления .....	65
3.2.6. Коррекция замкнутых систем управления .....	66
3.2.7. Синтез систем управления в условиях неполной определенности моделей .....	66
3.2.8. Расчет настроек типовых регуляторов .....	66
<b>3.3. Формальная постановка задач синтеза систем управления .....</b>	<b>67</b>
3.3.1. Задание множества систем .....	68
3.3.2. Задание требований при синтезе .....	69



3.3.3. Преобразование постановок задач синтеза .....	70
<b>3.4. Методы синтеза систем управления .....</b>	<b>71</b>
3.4.1. Аналитические методы синтеза .....	72
3.4.2. Графические методы синтеза .....	73
3.4.3. Численные методы синтеза .....	74
3.4.4. Общие требования к программно-методическому обеспечению задач расчета систем управления .....	75
<b>3.5. Синтез по требованиям к установившимся процессам .....</b>	<b>76</b>
3.5.1. Топологический синтез .....	76
3.5.2. Структурный синтез .....	77
3.5.3. Параметрический синтез .....	79
3.5.4. Особенности синтеза следящих систем .....	81
<b>3.6. Коррекция систем управления .....</b>	<b>82</b>
3.6.1. Топологический синтез .....	83
3.6.2. Структурно-параметрический синтез. Формирование желаемой ПФ .....	83
3.6.3. Структурно-параметрический синтез. Вычисление ПФ звена коррекции .....	85
3.6.4. Неполнота характеристик контура и неподвижные полюсы .....	85
<b>3.7. Комплексно-частотный метод синтеза стабилизирующих     обратных связей .....</b>	<b>85</b>
3.7.1. Топологический синтез .....	86
3.7.2. Структурно-параметрический синтез .....	87
<b>3.8. Расчет настроек типовых регуляторов как задача параметрического     синтеза .....</b>	<b>90</b>
3.8.1. Типовые регуляторы .....	90
3.8.2. Параметрический синтез .....	91
3.8.3. Задача векторной оптимизации .....	93
<b>3.9. Примеры синтеза систем управления .....</b>	<b>95</b>
3.9.1. Пример коррекции следящей системы .....	95
3.9.2. Пример синтеза стабилизирующей обратной связи для неустойчивого объекта .....	99
3.9.3. Пример параметрического синтеза системы управления двигателем внутреннего сгорания .....	101
3.9.4. Пример синтеза системы стабилизации механического объекта .....	109
<b>Литература .....</b>	<b>114</b>
 <b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1.</b>	
<b>ПРОГРАММА CLASSIC ДЛЯ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ .....</b>	
	<b>116</b>
Общие сведения о программе .....	116
Основные правила работы с программой .....	117
Режим "Ввод/Редактирование" .....	118



Режим "Анализ.....	119
Режим "Оптимизация.....	119
Режим "Частотный синтез.....	120

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

<b>ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ.....</b>	<b>122</b>
Первое практическое занятие .....	122
Второе практическое занятие .....	124
Третье практическое занятие .....	126
Четвертое практическое занятие.....	129
Пятое практическое занятие .....	131
Шестое практическое занятие .....	135
Седьмое практическое занятие .....	139
Восьмое практическое занятие .....	144
Девятое практическое занятие .....	146
Десятое практическое занятие .....	150
Одиннадцатое практическое занятие .....	162



Печатается по решению  
Редакционно-издательского совета  
Сургутского государственного университета

Д.Х.Имаев, З.Ковальски, Н.Н.Кузьмин,  
Л.Б.Пошехонов, Г.П.Цапко, В.Б.Яковлев

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

ТЕОРИЯ. МЕТОДЫ

Примеры решения типовых задач  
с использованием персонального компьютера

Слано в печать 12.01.1998 г.    Формат 60x90/16    Печать трафаретная  
Тираж 5000 экз. (Первая партия—ИИЦ СурГУ— 1000 экз.)    Заказ № 98-024

Информационно-издательский центр  
Сургутского государственного университета

626 400, Россия, Ханты-Мансийский автономный округ  
г.Сургут, ул. Лермонтова, 5.  
тел (3462) 32-33-06

*Лицензия на издательскую деятельность ЛР № 071409 от 06.03.1997 года.*