

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 “РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Microsoft Excel”

1.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение навыков решения задач линейного программирования (ЛП) в табличном редакторе Microsoft Excel.

1.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для модели ЛП, соответствующей номеру Вашего варианта, найдите оптимальное решение в табличном редакторе Microsoft Excel и продемонстрируйте его преподавателю.

1.3. ИНСТРУКЦИЯ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ Microsoft Excel для РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛП [5]

Для того чтобы решить задачу ЛП в табличном редакторе Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия.

1. Ввести условие задачи:

а) создать экранную форму для ввода условия задачи:

- переменных,
- целевой функции (ЦФ),
- ограничений,
- граничных условий;

б) ввести исходные данные в экранную форму:

- коэффициенты ЦФ,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

с) ввести зависимости из математической модели в экранную форму:

- формулу для расчета ЦФ,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

д) задать ЦФ (в окне "Поиск решения"):

- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

е) ввести ограничения и граничные условия (в окне "Поиск решения"):

- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2. Решить задачу:

а) установить параметры решения задачи (в окне "Поиск решения");

б) запустить задачу на решение (в окне "Поиск решения");

с) *выбрать формат вывода решения* (в окне "Результаты поиска решения").

1.3.1. Одноиндексные задачи ЛП

Рассмотрим пример нахождения решения для следующей одноиндексной задачи ЛП:

$$\begin{cases}
 L(X) = 130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4 \rightarrow \max; \\
 -1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 756, \\
 -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \geq 450, \\
 4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4 \leq 89, \\
 x_j \geq 0; j = \overline{1,4}.
 \end{cases} \quad (1.1)$$

1.3.1.1. Ввод исходных данных

Создание экранной формы и ввод в нее условия задачи

Экранная форма для ввода условий задачи (1.1) вместе с введенными в нее исходными данными представлена на рис.1.1.

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|----------|-------|------|-------------|------|------------|----------|-------------|
| 1 | | | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | | |
| 2 | Имя | X1 | X2 | X3 | X4 | | | |
| 3 | Значение | | | | | | | |
| 4 | Нижн.гр. | 0 | 0 | 0 | 0 | ЦФ | | |
| 5 | | | | | | Значение | Направл. | |
| 6 | Козф. ЦФ | 130,5 | 20 | 56 | 87,8 | | max | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | | |
| 9 | Вид | | | | | Лев. часть | Знак | Прав. часть |
| 10 | Огран.1 | -1,8 | 2 | 1 | -4 | | = | 756 |
| 11 | Огран.2 | -6 | 2 | 4 | -1 | | >= | 450 |
| 12 | Огран.3 | 4 | -1,5 | 10,4 | 13 | | <= | 89 |
| 13 | | | | | | | | |

Рис.1.1. Экранная форма задачи (1.1) (курсор в ячейке F6)

В экранной форме на рис.1.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи (1.1) соответствуют ячейки **B3** (x_1), **C3** (x_2), **D3** (x_3), **E3** (x_4), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки **B6** ($c_1 = 130,5$), **C6** ($c_2 = 20$), **D6** ($c_3 = 56$), **E6** ($c_4 = 87,8$), правым частям ограничений соответствуют ячейки **H10** ($b_1 = 756$), **H11** ($b_2 = 450$), **H12** ($b_3 = 89$) и т.д.

Ввод зависимостей из математической модели в экранную форму

Зависимость для ЦФ

В ячейку **F6**, в которой будет отображаться значение ЦФ, необходимо ввести **формулу**, по которой это значение будет рассчитано. Согласно (1.1) значение ЦФ определяется выражением

$$130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4. \quad (1.2)$$

Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel (см. рис.1.1), формулу для расчета ЦФ (1.2) можно записать как **сумму произведений** каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3, C3, D3, E3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов ЦФ (**B6, C6, D6, E6**), то есть

$$B6 \cdot B3 + C6 \cdot C3 + D6 \cdot D3 + E6 \cdot E3. \quad (1.3)$$

Чтобы задать формулу (1.3) необходимо в ячейку **F6** ввести следующее выражение и нажать клавишу "**Enter**"

$$=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B6:E6), \quad (1.4)$$

где символ **\$** перед номером строки 3 означает, что при копировании этой формулы в другие места листа Excel номер строки 3 не изменится;

символ **:** означает, что в формуле будут использованы **все** ячейки, расположенные между ячейками, указанными слева и справа от двоеточия (например, запись **B6:E6** указывает на ячейки **B6, C6, D6 и E6**). После этого в целевой ячейке появится 0 (нулевое значение) (рис.1.2).

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|----------|-------|------|------|------|------------|----------|-------------|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | Имя | X1 | X2 | X3 | X4 | | | |
| 3 | Значение | | | | | | | |
| 4 | Нижн.гр. | 0 | 0 | 0 | 0 | ЦФ | | |
| 5 | | | | | | Значение | Направл. | |
| 6 | Козф. ЦФ | 130,5 | 20 | 56 | 87,8 | 0 | max | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | Вид | | | | | Лев. часть | Знак | Прав. часть |
| 10 | Огран.1 | -1,8 | 2 | 1 | -4 | 0 | = | 756 |
| 11 | Огран.2 | -6 | 2 | 4 | -1 | 0 | >= | 450 |
| 12 | Огран.3 | 4 | -1,5 | 10,4 | 13 | 0 | <= | 89 |
| 13 | | | | | | | | |

Рис.1.2. Экранная форма задачи (1.1) после ввода всех необходимых формул (курсор в ячейке F6)

Примечание 1.1. Существует другой способ задания функций в Excel с помощью режима "**Вставка функций**", который можно вызвать из меню "**Вставка**" или при нажатии кнопки " f_x " на стандартной панели инструментов. Так, например, формулу (1.4) можно задать следующим образом:

- курсор в поле **F6**;
- нажав кнопку " f_x ", вызовите окно "**Мастер функций – шаг 1 из 2**";
- выберите в окне "**Категория**" категорию "**Математические**";
- в окне "**Функция**" выберите функцию **СУММПРОИЗВ**;
- в появившемся окне "**СУММПРОИЗВ**" в строку "**Массив 1**" введите выражение **B\$3:E\$3**, а в строку "**Массив 2**" – выражение **B6:E6** (рис.1.3);
- после ввода ячеек в строки "**Массив 1**" и "**Массив 2**" в окне "**СУММПРОИЗВ**" появятся числовые значения введенных массивов (см. рис.1.3), а в экранной форме в ячейке **F6** появится текущее значение, вычисленное по введенной формуле, то есть 0 (так как в момент ввода формулы значения переменных задачи нулевые).

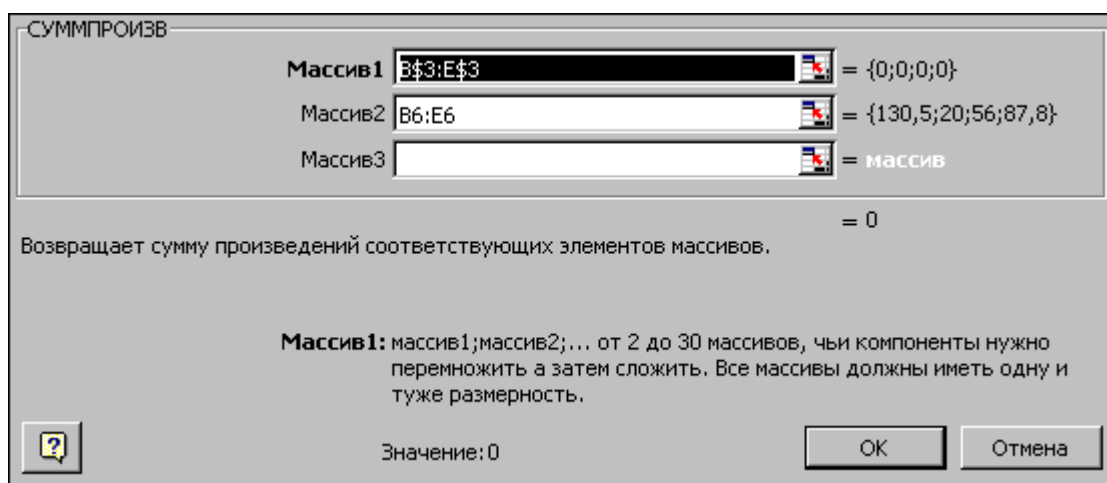


Рис.1.3. Ввод формулы для расчета ЦФ в окно "**Мастер функций**"

Зависимости для левых частей ограничений

Левые части ограничений задачи (1.1) представляют собой *сумму произведений* каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3, C3, D3, E3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкретного ограничения (**B10, C10, D10, E10** – 1-е ограничение; **B11, C11, D11, E11** – 2-е ограничение и **B12, C12, D12, E12** – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в табл.1.1.

Формулы, описывающие ограничения модели (1.1)

| Левая часть ограничения | Формула Excel |
|--|--------------------------------|
| $-1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4$ или $B10 \cdot B3 + C10 \cdot C3 + D10 \cdot D3 + E10 \cdot E3$ | =СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B10:E10) |
| $-6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4$ или $B11 \cdot B3 + C11 \cdot C3 + D11 \cdot D3 + E11 \cdot E3$ | =СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B11:E11) |
| $4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4$ или $B12 \cdot B3 + C12 \cdot C3 + D12 \cdot D3 + E12 \cdot E3$ | =СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B12:E12) |

Как видно из табл.1.1, формулы, задающие левые части ограничений задачи (1.1), отличаются друг от друга и от формулы (1.4) в целевой ячейке **F6** только номером строки во втором массиве. Этот номер определяется той строкой, в которой ограничение записано в экранной форме. Поэтому для задания зависимостей для левых частей ограничений достаточно скопировать формулу из целевой ячейки в ячейки левых частей ограничений. Для этого необходимо:

- поместить курсор в поле целевой ячейки **F6** и скопировать в буфер содержимое ячейки **F6** (клавишами "**Ctrl-Insert**");
- помещать курсор поочередно в поля левой части каждого из ограничений, то есть в **F10**, **F11** и **F12**, и вставлять в эти поля содержимое буфера (клавишами "**Shift-Insert**") (при этом номер ячеек во втором массиве формулы будет меняться на номер той строки, в которую была произведена вставка из буфера);
- на экране в полях **F10**, **F11** и **F12** появится 0 (нулевое значение) (см. рис.1.2).

Проверка правильности введения формул

Для проверки правильности введенных формул производите поочередно двойное нажатие левой клавиши мыши на ячейки с формулами. При этом на экране рамкой будут выделяться ячейки, используемые в формуле (рис.1.4 и 1.5).

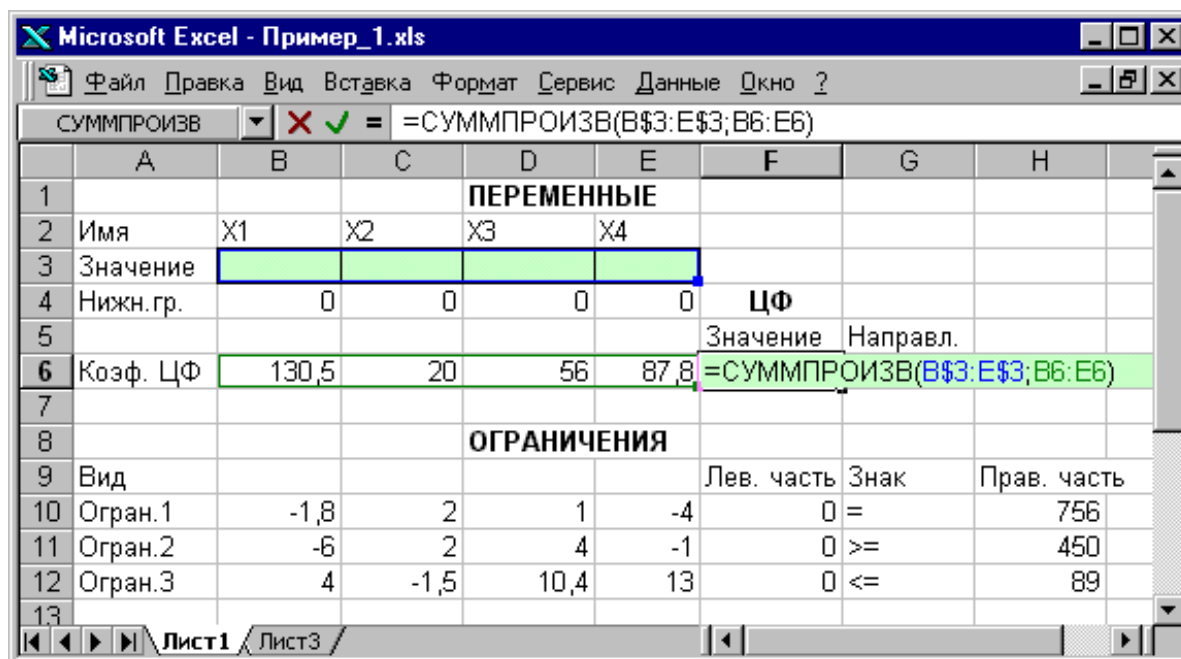


Рис.1.4. Проверка правильности введения формулы в целевую ячейку F6

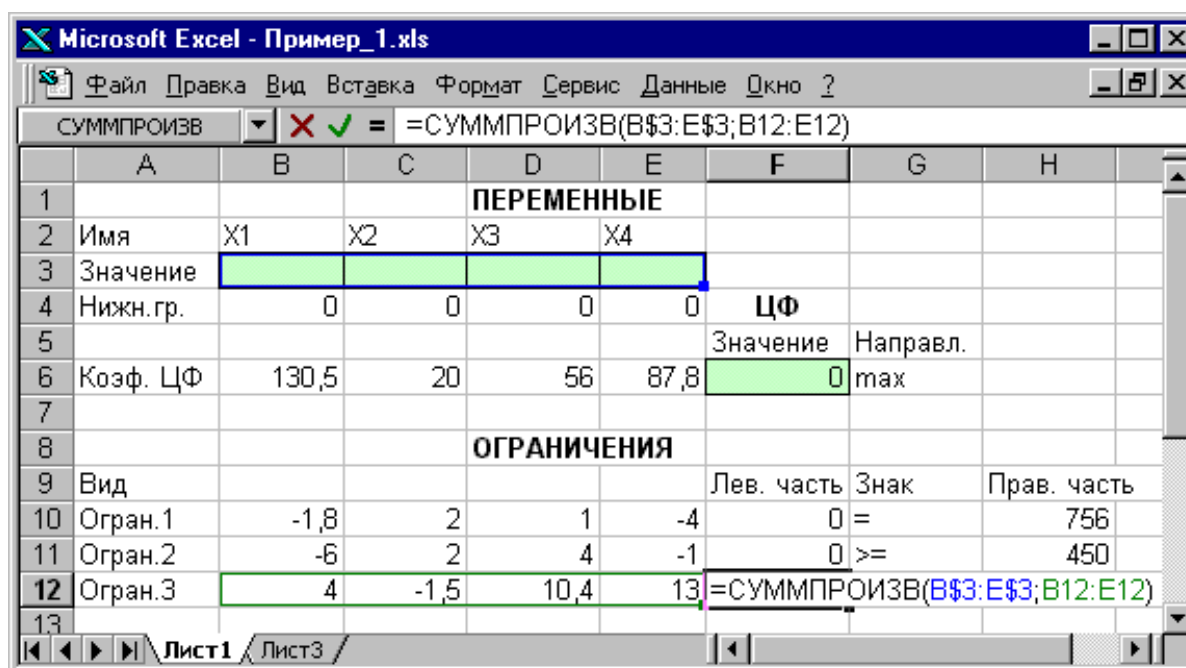


Рис.1.5. Проверка правильности введения формулы в ячейку F12 для левой части ограничения 3

Задание ЦФ

Дальнейшие действия производятся в окне "Поиск решения", которое вызывается из меню "Сервис" (рис.1.6):

- поставьте курсор в поле "Установить целевую ячейку";

- введите адрес целевой ячейки **\$F\$6** или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме — это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;
- введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке "**максимальному значению**".

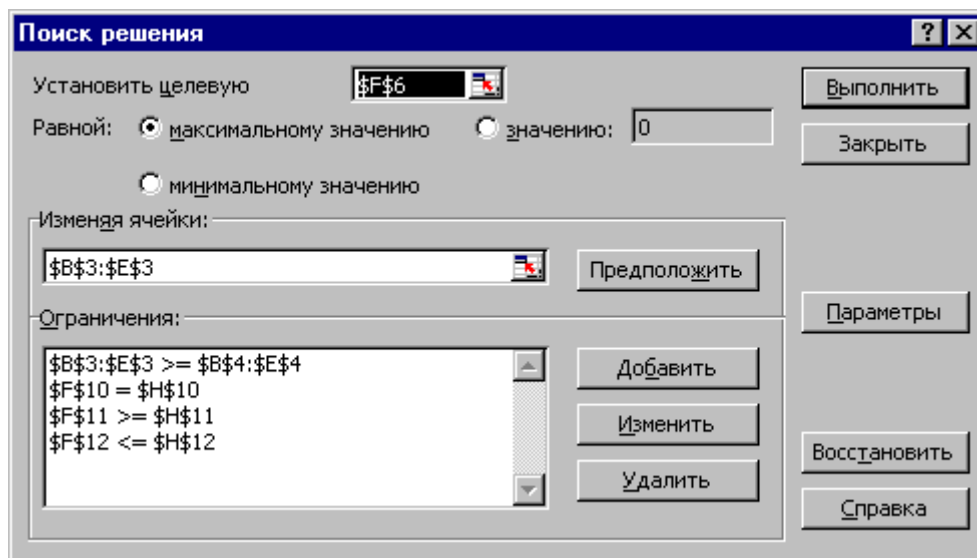


Рис.1.6. Окно "**Поиск решения**" задачи (1.1)

Ввод ограничений и граничных условий

Задание ячеек переменных

В окно "**Поиск решения**" в поле "**Изменяя ячейки**" впишите адреса **\$B\$3:\$E\$3**. Необходимые адреса можно вносить в поле "**Изменяя ячейки**" и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

Задание граничных условий для допустимых значений переменных

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. рис.1.1).

- Нажмите кнопку "**Добавить**", после чего появится окно "**Добавление ограничения**" (рис.1.7).
- В поле "**Ссылка на ячейку**" введите адреса ячеек переменных **\$B\$3:\$E\$3**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.
- В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите \geq .
- В поле "**Ограничение**" введите адреса ячеек нижней границы значений переменных, то есть **\$B\$4:\$E\$4**. Их также можно ввести путем выделения мышью непосредственно в экранной форме.

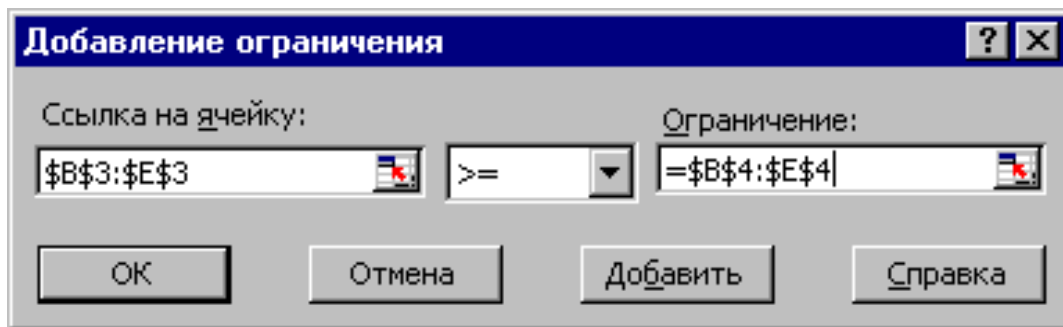


Рис.1.7. Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1.1)

Задание знаков ограничений \leq , \geq , $=$

- Нажмите кнопку "Добавить" в окне "Добавление ограничения".
- В поле "Ссылка на ячейку" введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например **\$F\$10**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.
 - В соответствии с условием задачи (1.1) выбрать в поле знака необходимый знак, например **=**.
 - В поле "Ограничение" введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например **\$H\$10**.
 - Аналогично введите ограничения: **\$F\$11 >= \$H\$11**, **\$F\$12 <= \$H\$12**.
 - Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки **ОК**.

Окно "Поиск решения" после ввода всех необходимых данных задачи (1.1) представлено на рис.1.6.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки "Изменить" или "Удалить" (см. рис.1.6).

1.3.1.2. Решение задачи

Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне "Поиск решения". Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку "Параметры" и заполнить некоторые поля окна "Параметры поиска решения" (рис.1.8).

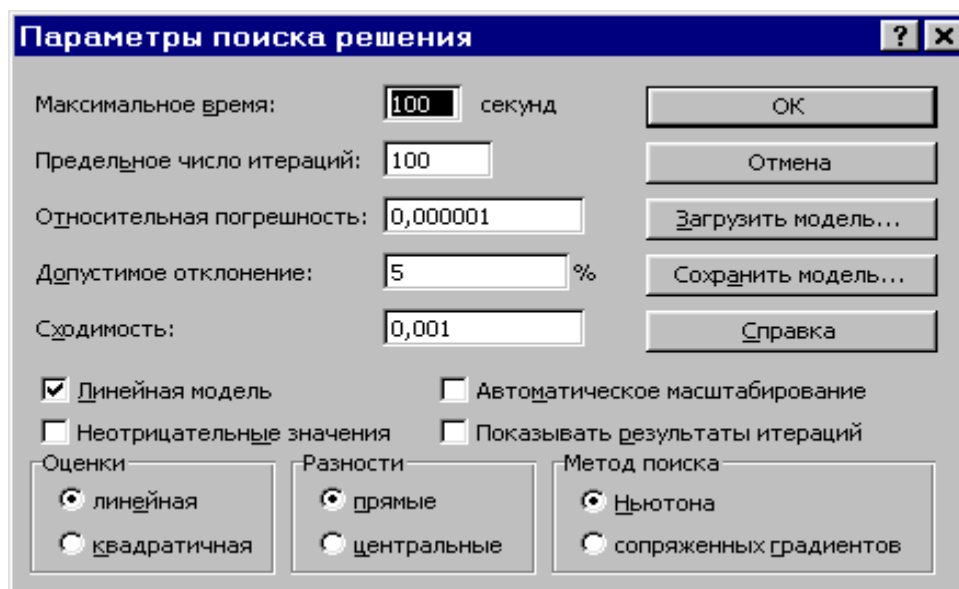


Рис.1.8. Параметры поиска решения, подходящие для большинства задач ЛП

Параметр "**Максимальное время**" служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр "**Предельное число итераций**" служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр "**Относительная погрешность**" служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем *меньше* количество десятичных знаков во введенном числе, тем *ниже* точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр "**Допустимое отклонение**" служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр "**Сходимость**" применяется только при решении нелинейных задач.

Установка флажка "**Линейная модель**" обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки "**ОК**".

Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна "**Поиск решения**" путем нажатия кнопки "**Выполнить**".

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно "Результаты поиска решения" с одним из сообщений, представленных на рис.1.9, 1.10 и 1.11.

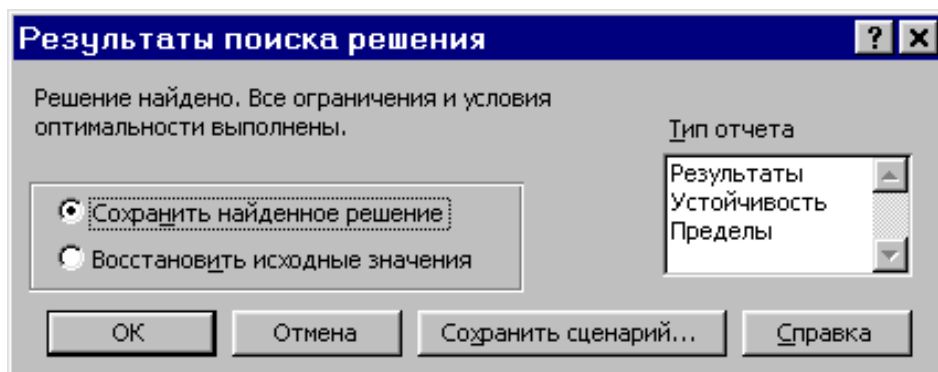


Рис.1.9. Сообщение об успешном решении задачи

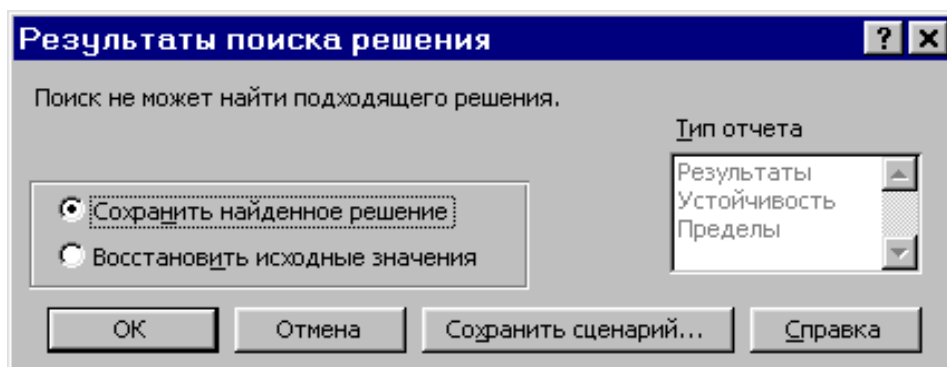


Рис.1.10. Сообщение при несовместной системе ограничений задачи

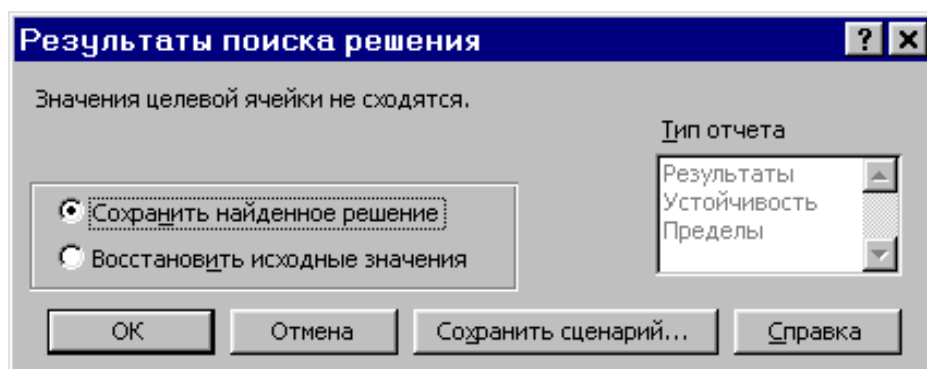


Рис.1.11. Сообщение при неограниченности ЦФ в требуемом направлении

Иногда сообщения, представленные на рис.1.10 и 1.11, свидетельствуют не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены **ошибки**, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует (см. ниже подразд.1.3.5).

Если при заполнении полей окна **"Поиск решения"** были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра **"Относительная погрешность"** не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне **"Результаты поиска решения"** представлены названия трех типов отчетов: **"Результаты"**, **"Устойчивость"**, **"Пределы"**. Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность (см. ниже подразд.3.3). Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку **"ОК"**. После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи (рис.1.12).

| Microsoft Excel - Пример_1.xls | | | | | | | |
|-----------------------------------|----------|---------|---------|-------------|--------|------------|----------|
| Ф6 = =СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3;В6:Е6) | | | | | | | |
| | A | B | C | D | E | F | G |
| 1 | | | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | |
| 2 | Имя | X1 | X2 | X3 | X4 | | |
| 3 | Значение | 100,661 | 546,444 | 0 | 38,925 | | |
| 4 | Нижн.гр. | 0 | 0 | 0 | 0 | ЦФ | |
| 5 | | | | | | Значение | Направл. |
| 6 | Козф. ЦФ | 130,5 | 20 | 56 | 87,8 | 27482,714 | max |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | |
| 9 | Вид | | | | | Лев. часть | Знак |
| 10 | Огран.1 | -1,8 | 2 | 1 | -4 | 756 | = |
| 11 | Огран.2 | -6 | 2 | 4 | -1 | 450 | >= |
| 12 | Огран.3 | 4 | -1,5 | 10,4 | 13 | 89 | <= |
| 13 | | | | | | | |

Рис.1.12. Экранная форма задачи (1.1) после получения решения

1.3.2. Целочисленное программирование

Допустим, что к условию задачи (1.1) добавилось требование целочисленности значений всех переменных. В этом случае описанный выше процесс ввода условия задачи необходимо *дополнить* следующими шагами.

- В экранной форме укажите, на какие переменные накладывается требование целочисленности (этот шаг делается для наглядности восприятия условия задачи) (рис.1.13).

- В окне **"Поиск решения"** (меню **"Сервис"** → **"Поиск решения"**), нажмите кнопку **"Добавить"** и в появившемся окне **"Добавление ограничений"** введите ограничения следующим образом (рис.1.14):

- в поле "Ссылка на ячейку" введите адреса ячеек переменных задачи, то есть $\$B\$3:\$E\3 ;
- в поле ввода знака ограничения установите "целое";
- подтвердите ввод ограничения нажатием кнопки "ОК".

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|-----------|-------------|-------|------------|-------|------------|----------|-------------|
| 1 | | | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | | |
| 2 | Имя | X1 | X2 | X3 | X4 | | | |
| 3 | Значение | 100 | 546 | 0 | 39 | | | |
| 4 | Нижн. гр. | 0 | 0 | 0 | 0 | ЦФ | | |
| 5 | Целочисл. | целое | целое | целое | целое | Значение | Направл. | |
| 6 | Кэф. ЦФ | 130,5 | 20 | 56 | 87,8 | 27394,2 | max | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | | | | |
| 9 | Вид | | | | | Лев. часть | Знак | Прав. часть |
| 10 | Огран.1 | -1,8 | 2 | 1 | -4 | 756 | = | 756 |
| 11 | Огран.2 | -6 | 2 | 4 | -1 | 453 | >= | 450 |
| 12 | Огран.3 | 4 | -1,5 | 10,4 | 13 | 88 | <= | 89 |
| 13 | | | | | | | | |

Рис.1.13. Решение задачи (1.1) при условии целочисленности ее переменных

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: Ограничение:

Целочисленность:

OK Отмена Добавить Справка

Рис.1.14. Ввод условия целочисленности переменных задачи (1.1)

На рис.1.13 представлено решение задачи (1.1), к ограничениям которой добавлено условие целочисленности значений ее переменных.

1.3.3. Двухиндексные задачи ЛП

Двухиндексные задачи ЛП вводятся и решаются в Excel аналогично одноиндексным задачам. Специфика ввода условия двухиндексной задачи ЛП состоит лишь в удобстве матричного задания переменных задачи и коэффициентов ЦФ.

Рассмотрим решение двухиндексной задачи, суть которой заключается в оптимальной организации транспортных перевозок штучного товара со складов в магазины (табл.1.2).

Исходные данные транспортной задачи

| Тарифы, руб./шт. | 1-й магазин | 2-й магазин | 3-й магазин | Запасы, шт. |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1-й склад | 2 | 9 | 7 | 25 |
| 2-й склад | 1 | 0 | 5 | 50 |
| 3-й склад | 5 | 4 | 100 | 35 |
| 4-й склад | 2 | 3 | 6 | 75 |
| Потребности, шт. | 45 | 90 | 50 | |

Целевая функция и ограничения данной задачи имеют вид

$$L(X) = 2x_{11} + 9x_{12} + 7x_{13} + x_{21} + 5x_{23} + 5x_{31} + 4x_{32} + 100x_{33} + 2x_{41} + 3x_{42} + 6x_{43} \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 25, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 50, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 35, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} = 75, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 45, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 90, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 50, \\ \forall x_{ij} \geq 0, \forall x_{ij} - \text{целые } (i = \overline{1,4}; j = \overline{1,3}). \end{cases} \quad (1.5)$$

Экранные формы, задание переменных, целевой функции, ограничений и граничных условий двухиндексной задачи (1.5) и ее решение представлены на рис.1.15, 1.16, 1.17 и в табл.1.3.

| | А | В | С | Д | Е | Ф | Г | Н | И |
|----|--------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|-------------|-------------|---------------|
| 1 | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | |
| 2 | | целые | x _{1j} | x _{2j} | x _{3j} | Лев. часть | Знак | Прав. часть | |
| 3 | | x _{1j} | | | | 0 | = | 25 | |
| 4 | | x _{2j} | | | | 0 | = | 50 | |
| 5 | | x _{3j} | | | | 0 | = | 35 | |
| 6 | | x _{4j} | | | | 0 | = | 75 | |
| 7 | ОГРАНИЧЕНИЯ | Лев. часть | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 8 | | Знак | = | = | = | | | | 185 |
| 9 | | Прав. часть | 45 | 90 | 50 | | | 185 | БАЛАНС |
| 10 | | | | | | | | | |
| 11 | | ТАРИФЫ | x _{1j} | x _{2j} | x _{3j} | | | | |
| 12 | | x _{1j} | 2 | 9 | 7 | | | | |
| 13 | | x _{2j} | 1 | 0 | 5 | ЦФ | | | |
| 14 | | x _{3j} | 5 | 4 | 100 | Значение | Направление | | |
| 15 | | x _{4j} | 2 | 3 | 6 | 0 | min | | |
| 16 | | | | | | | | | |

Рис.1.15. Экранная форма двухиндексной задачи (1.5)
(курсор в целевой ячейке F15)

Формулы экранной формы задачи (1.5)

| Объект математической модели | Выражение в Excel |
|---|--|
| Переменные задачи | C3:E6 |
| Формула в целевой ячейке F15 | =СУММПРОИЗВ(C3:E6;C12:E15) |
| Ограничения по строкам в ячейках F3, F4, F5, F6 | =СУММ(C3:E3) =СУММ(C4:E4) =СУММ(C5:E5) =СУММ(C6:E6) |
| Ограничения по столбцам в ячейках C7, D7, E7 | =СУММ(C3:C6) =СУММ(D3:D6) =СУММ(E3:E6) |
| Суммарные запасы и потребности в ячейках H8, G9 | =СУММ(H3:H6) =СУММ(C9:E9) |

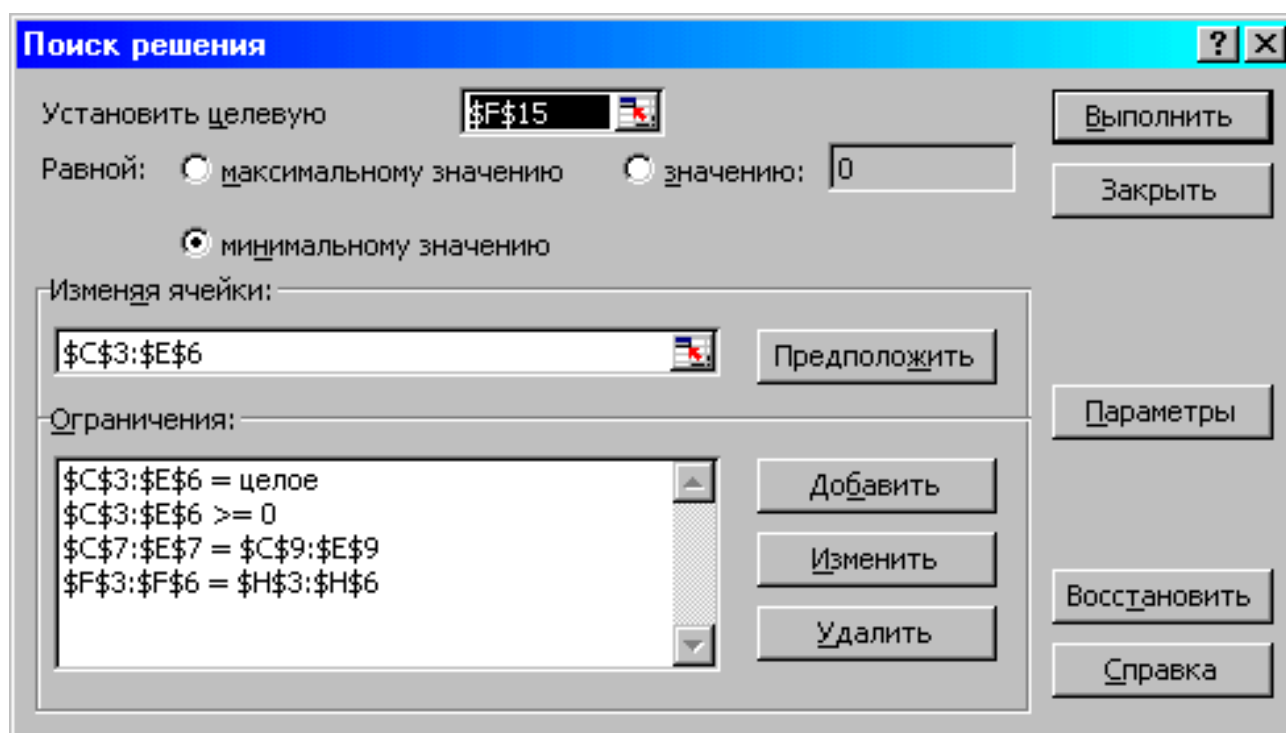


Рис.1.16. Ограничения и граничные условия задачи (1.5)

| Microsoft Excel - Пример_2.xls | | | | | | | | | |
|---|--------------------|-------------------|----|----|-----|--------------------|-------------|-------------|---------------|
| Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно ? | | | | | | | | | |
| F15 = =СУММПРОИЗВ(С3:Е6;С12:Е15) | | | | | | | | | |
| | А | В | С | Д | Е | Ф | Г | Н | И |
| 1 | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | |
| 2 | | целые | x1 | x2 | x3 | Лев. часть | Знак | Прав. часть | |
| 3 | | x1j | 25 | 0 | 0 | 25 | = | 25 | |
| 4 | | x2j | 0 | 50 | 0 | 50 | = | 50 | |
| 5 | | x3j | 0 | 35 | 0 | 35 | = | 35 | |
| 6 | | x4j | 20 | 5 | 50 | 75 | = | 75 | |
| 7 | ОГРАНИЧЕНИЯ | Лев. часть | 45 | 90 | 50 | | | | |
| 8 | | Знак | = | = | = | | | | 185 |
| 9 | | Прав. часть | 45 | 90 | 50 | | | 185 | БАЛАНС |
| 10 | | | | | | | | | |
| 11 | | ТАРИФЫ | x1 | x2 | x3 | | | | |
| 12 | | x1j | 2 | 9 | 7 | | | | |
| 13 | | x2j | 1 | 0 | 5 | ЦФ | | | |
| 14 | | x3j | 5 | 4 | 100 | Значение | Направление | | |
| 15 | | x4j | 2 | 3 | 6 | 545 | min | | |
| 16 | | | | | | | | | |

Рис.1.17. Экранная форма после получения решения задачи (1.5)
(курсор в целевой ячейке F15)

1.3.4. Задачи с булевыми переменными

Частным случаем задач с целочисленными переменными являются задачи, в результате решения которых искомые переменные x_j могут принимать только одно из двух значений: 0 или 1. Такие переменные в честь предложившего их английского математика Джорджа Буля называют булевыми. На рис.1.18 представлена экранная форма с решением некоторой двухиндексной задачи с булевыми переменными.

| Microsoft Excel - Пример_3.xls | | | | | | | | | |
|---|--------------------|-------------------|----|----|-----|--------------------|-------------|-------------|---------------|
| Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка | | | | | | | | | |
| F13 = =СУММПРОИЗВ(С3:Е5;С11:Е13) | | | | | | | | | |
| | А | В | С | Д | Е | Ф | Г | Н | И |
| 1 | | ПЕРЕМЕННЫЕ | | | | ОГРАНИЧЕНИЯ | | | |
| 2 | | Целые, булевы | x1 | x2 | x3 | Лев. часть | Знак | Прав. часть | |
| 3 | | x1j | 1 | 0 | 0 | 1 | = | 1 | |
| 4 | | x2j | 0 | 0 | 1 | 1 | = | 1 | |
| 5 | | x3j | 0 | 1 | 0 | 1 | = | 1 | |
| 6 | ОГРАНИЧЕНИЯ | Лев. часть | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 7 | | Знак | = | = | = | | | | 3 |
| 8 | | Прав. часть | 1 | 1 | 1 | | | 3 | БАЛАНС |
| 9 | | | | | | | | | |
| 10 | | ТАРИФЫ | x1 | x2 | x3 | | | | |
| 11 | | x1j | 2 | 9 | 7 | ЦФ | | | |
| 12 | | x2j | 1 | 0 | 5 | Значение | Направление | | |
| 13 | | x3j | 5 | 4 | 100 | 11 | min | | |
| 14 | | | | | | | | | |

Рис.1.18. Решение двухиндексной задачи с булевыми переменными
Помимо задания требования целочисленности (см. подразд.1.3.2) при вводе условия задач с булевыми переменными необходимо:

- для наглядности восприятия ввести в экранную форму слово "булевы" в качестве характеристики переменных (см. рис.1.18);
- в окне "**Поиск решения**" добавить граничные условия, имеющие смысл ограничения значений переменных по их *единичной* верхней границе (рис.1.19).

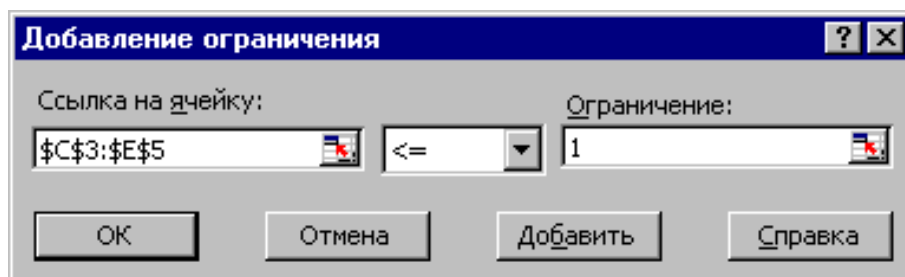


Рис.1.19. Добавление условия единичной верхней границы значений переменных двухиндексной задачи с булевыми переменными

Вид окна "**Поиск решения**" для задачи с булевыми переменными, представленной на рис.1.18, приведен на рис.1.20.

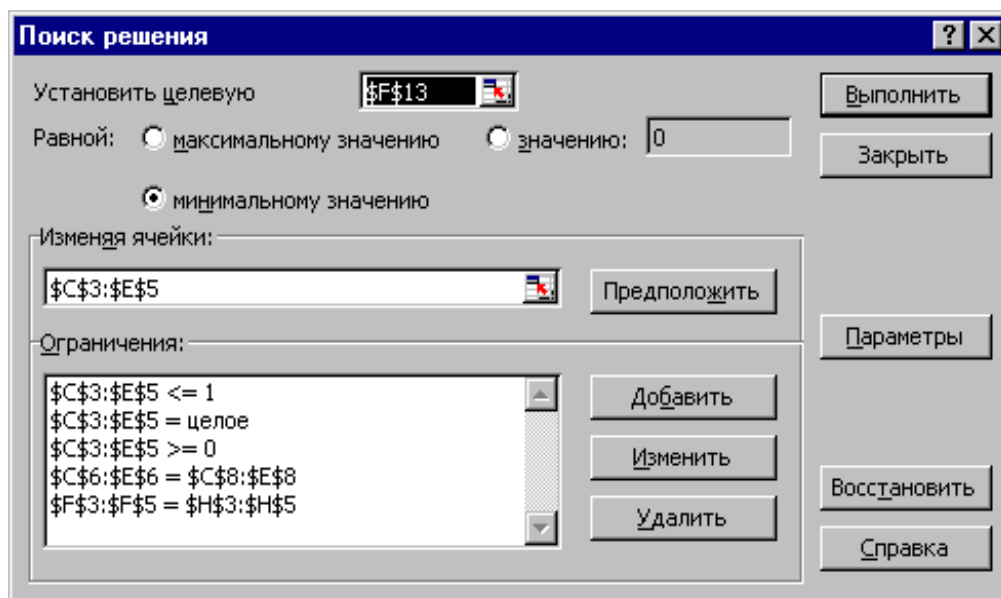


Рис.1.20. Окно "**Поиск решения**" для задачи с булевыми переменными, представленной на рис.1.18

1.3.5. Возможные ошибки при вводе условий задач ЛП

Если при решении задачи ЛП выдается сообщение о невозможности нахождения решения, то возможно, что причина заключается в ошибках ввода

условия задачи в Excel. Поэтому, прежде чем делать вывод о принципиальной невозможности нахождения оптимального решения задачи, ответьте на вопросы из табл.1.4.

Список вопросов, позволяющих выявить ошибки ввода условия задачи в Excel

| № | Вопрос | Месторасположение в Excel |
|----|---|---|
| 1 | Правильно ли Вы ввели численные значения и знаки (+, —) коэффициентов целевой функции и ограничений, правых частей ограничений? | Экранная форма |
| 2 | Сбалансирована ли двухиндексная задача? | Экранная форма |
| 3 | Правильны ли формулы в целевой ячейке и в ячейках левых частей ограничений? Для наглядности проверки поставьте курсор на ячейку с формулой и сделайте двойной щелчок левой клавишей мыши. Рамкой в экранной форме будут выделены ячейки, участвующие в данной формуле (см. рис.1.4, 1.5). | Экранная форма |
| 4 | Правильно ли указан адрес целевой ячейки? | Окно "Поиск решения" |
| 5 | Правильно ли указано направление оптимизации ЦФ? | Окно "Поиск решения" |
| 6 | Правильно ли указаны адреса ячеек переменных? | Окно "Поиск решения" Поле "Изменяя ячейки" |
| 7 | Правильно ли введены знаки ограничений (\leq , \geq , $=$) ? | Экранная форма, Окно "Поиск решения" Поле "Ограничения" |
| 8 | Правильно ли указаны адреса ячеек левых и правых частей ограничений? | Окно "Поиск решения" Поле "Ограничения" |
| 9 | Не забыли ли Вы задать требование неотрицательности переменных? | Окно "Поиск решения" Поле "Ограничения" |
| 10 | Не забыли ли Вы задать требования по единичному значению верхней границы переменных (для задач с булевыми переменными) | Окно "Поиск решения" Поле "Ограничения" |
| 11 | Не забыли ли Вы задать условие целочисленности переменных (согласно условию задачи)? | Окно "Поиск решения" Поле "Ограничения" |
| 12 | Проверьте правильность установки параметров (см. подразд. 1.3.1.2) | Окно "Параметры поиска решения" |

1.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Каковы основные этапы решения задач ЛП в MS Excel?
2. Каков вид и способы задания формул для целевой ячейки и ячеек левых частей ограничений?
3. В чем смысл использования символа \$ в формулах MS Excel?
4. В чем различие использования в формулах MS Excel символов ; и :?
5. Почему при вводе формул в ячейки ЦФ и левых частей ограничений в них отображаются нулевые значения?
6. Каким образом в MS Excel задается направление оптимизации ЦФ?
7. Какие ячейки экранной формы выполняют иллюстративную функцию, а какие необходимы для решения задачи?
8. Как наглядно отобразить в экранной форме ячейки, используемые в конкретной формуле, с целью проверки ее правильности?
9. Поясните общий порядок работы с окном **"Поиск решения"**.
10. Каким образом можно изменять, добавлять, удалять ограничения в окне **"Поиск решения"**?
11. Какие сообщения выдаются в MS Excel в случаях: успешного решения задачи ЛП; несовместности системы ограничений задачи; неограниченности ЦФ?
12. Объясните смысл параметров, задаваемых в окне **"Параметры поиска решения"**.
13. Каковы особенности решения в MS Excel целочисленных задач ЛП?
14. Каковы особенности решения в MS Excel двухиндексных задач ЛП?
15. Каковы особенности решения в MS Excel задач ЛП с булевыми переменными?

1.5. ВАРИАНТЫ

Используя MS Excel, найти решение для модели ЛП, соответствующей заданному варианту (табл.1.5).

Таблица 1.5

Варианты задач к лабораторной работе №1

| № варианта | Математическая модель |
|------------|---|
| 1 | $L(X) = 5x_1 + 7x_2 - 6x_3 + 9x_4 + 8x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 0,7x_1 + 0,9x_2 + 1,5x_3 + 2,3x_4 + 1,8x_5 \leq 50000, \\ 0,4x_1 + 1,1x_2 - 0,5x_3 + 1,3x_4 - 2,8x_5 \geq 32000, \\ 0,5x_1 + 1,8x_3 + 0,7x_4 + 2x_5 \leq 40000, \\ 2,2x_1 - 1,4x_2 - 0,8x_3 + 0,9x_4 = 15000, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 2 | $L(X) = x_1 + 4x_3 + 8x_4 - 12x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 250, \\ 0,4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 \leq 460, \\ 0,5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \leq 190, \\ 11x_2 - 8,5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210, \\ x_j \geq 0 (j=\overline{1,5}). \end{cases}$ |
|---|---|

| № варианта | Математическая модель |
|------------|---|
| 3 | $L(X) = -45x_1 + 65x_2 + 2x_4 - 3x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 15x_1 + 18x_2 + 34x_4 - 22x_5 = 56, \\ 2x_1 + 7x_3 - 4x_4 + 3x_5 \geq 91, \\ 0,2x_1 + 0,8x_2 + 1,5x_3 + 0,9x_4 + 4x_5 \leq 26, \\ 1,8x_1 - 42x_2 + 6,4x_3 + 3x_5 = 15, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 4 | $L(X) = 14x_1 - 9x_2 - x_4 + 6,4x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 0,9x_1 + 10x_2 - 28x_4 + 5x_5 \leq 245, \\ 0,8x_1 + 1,7x_2 - 0,2x_3 - 0,5x_4 = 9, \\ 6x_1 + 4x_3 - 7x_4 + 6,3x_5 \leq 54, \\ 8x_1 + 6,2x_2 - 4,8x_4 + 2,9x_5 \geq 17, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 5 | $L(X) = 46x_1 + 2,3x_2 + 9,4x_3 - 4x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 7,8x_3 + 12x_4 + 9x_5 \geq 49, \\ 2,3x_2 + 5x_3 + 5,6x_4 - x_5 \leq 86, \\ 16x_1 - 40x_4 + 29x_5 = 50, \\ 190x_1 - 98x_2 - 4x_4 + 150x_5 \geq 300, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 6 | $L(X) = 0,5x_1 + 1,8x_3 - 9,2x_4 + 14x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 9,6x_2 + 15,7x_3 + 24x_4 - 8x_5 \leq 74, \\ 0,8x_1 + 11,1x_2 - 4,5x_3 + 1,5x_4 - 6,3x_5 = 22, \\ 14x_1 + 45x_2 - 38x_4 + 26x_5 \leq 46, \\ 220x_1 - 148x_2 - 7x_3 + 95x_5 \geq 150, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 7 | $L(X) = 12x_2 + 89x_3 - 5x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 9,6x_2 + 15,7x_3 + 22x_4 - 8x_5 \leq 73, \\ 0,9x_1 + 11,1x_2 - 4,3x_3 + 1,5x_4 + 6,4x_5 = 19, \\ 14x_1 + 45x_2 - 38x_4 + 26x_5 \leq 49, \\ 220x_1 - 150x_2 + 3x_3 + 95x_5 = 133, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |

| № варианта | Математическая модель |
|------------|---|
| 8 | $L(X) = 4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 49x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 21x_1 + 9x_2 - 2x_4 - 12x_5 \geq 58, \\ 110x_2 - 60x_3 + 80x_4 - 45x_5 = 290, \\ 5x_2 + 27x_3 - 14x_4 + x_5 \leq 72, \\ 87x_1 - 6,4x_2 + 130x_4 = 140, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 9 | $L(X) = -38x_1 + 60x_2 + x_3 + 4x_4 + 8x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 18x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 12x_5 \leq 86, \\ 2x_2 + 19x_3 - 7x_4 + 10x_5 = 130, \\ 0,4x_1 + 3x_2 - 4,2x_3 + 2x_4 - 5x_5 \leq 34, \\ 2,1x_1 + 13x_2 - 20x_3 + 6x_4 = 18, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 10 | $L(X) = 10x_1 + 40x_3 + 13x_4 + 56x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 7x_1 + 16x_3 + 5x_4 + 25x_5 \leq 600, \\ 8x_1 + 1,7x_2 - 0,5x_4 + 4,7x_5 = 890, \\ 6x_1 + 4x_3 - 7x_4 + 6,3x_5 \leq 270, \\ 84x_1 + 62x_2 + 80x_3 + 14x_5 \geq 2300, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 11 | $L(X) = 84x_1 + 5,7x_2 + 10x_4 - 3x_5 \rightarrow \max;$ $\begin{cases} 4x_1 + 8,5x_2 + 16x_3 + 10x_5 \geq 50, \\ 10,4x_1 + 6x_3 + 2x_4 + 4x_5 \leq 120, \\ 19x_1 + 18x_2 - 20x_4 + 30x_5 = 600, \\ 200x_1 + 45x_2 - 8x_3 + 3,4x_4 \geq 210, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |
| 12 | $L(X) = 0,84x_2 - 4x_3 + 3,8x_4 + 12x_5 \rightarrow \min;$ $\begin{cases} 15x_1 + 9,6x_2 + 34x_4 - 8x_5 \leq 180, \\ 0,6x_1 + 11,1x_2 - 2,6x_3 + 1,5x_4 - 6,3x_5 = 68, \\ 14x_1 + 64x_3 - 38x_4 + 12x_5 \leq 81, \\ 190x_1 - 148x_2 - 7x_3 + 84x_5 \geq 230, \\ x_j \geq 0 (j = \overline{1,5}). \end{cases}$ |